

مدلی برای پیش بینی سهم بازار در بازار انحصار دوجانبه

کیان نجف زاده^{۱*}، علی محقر^{۲*}، غلامرضا رکنی لموکی^{**}، قهرمان عبدلی^{***}، حسین صفری^{*}

^{*}گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه تهران، ایران

^{**}دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر، پردیس علوم، دانشگاه تهران، ایران

^{***}دانشکده اقتصاد، دانشگاه تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۴/۳۰

چکیده

تغییر در ساختار بازار، هم از رفتار رقابتی تولیدکنندگان و هم از رفتار یادگیری و انتخاب مصرف کنندگان تأثیر می پذیرد و برای بررسی این تغییر یک مدل توسعه یافته ای که رفتارها و برهم کنش های هر دو طرف را در برگیرد، مورد نیاز است. با مرور ادبیات مشخص گردید که در مطالعاتی که تاکنون انجام شده است، صرفاً به مدل سازی ابعاد و ویژگی های محدودی از بازارهای انحصار دو یا چندجانبه پرداخته شده و به عبارت دیگر محققین قبلی از زوایای خاصی، به موضوع نگرسته اند. لذا در بررسی یکپارچه این بازارها و مطالعه کنش و واکنش عوامل دست اندرکار در آنها نیاز به یک مدل جامع وجود دارد. در مدلی که بدین منظور در این مقاله ارائه شده است، برای مدل سازی رفتار رقابتی تولیدکنندگان از نظریه بازی های دیفرانسیلی و در مورد رفتار مصرف کنندگان از رویکرد مدل سازی عامل محور، مدل های یادگیری تقویتی و یادگیری باور مینا و الگوی لجیت برای انتخاب، استفاده شده است. توسط این مدل، تغییرات سهم های بازار تولیدکنندگان در یک بازار انحصار دوجانبه ناشی از رفتارهای مصرف کنندگان و سیاست های کنترلی تولیدکنندگان به طور توأم مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج حاصل از اجرای مدل در یک مثال عددی نشان می دهد که، سهم بازار دو تولیدکننده تحت تأثیر مدل یادگیری مصرف کنندگان است. همچنین با ساده سازی جزئی در زیر مدل مربوط به بازنمایی رفتار رقابتی تولیدکنندگان، تغییرات محسوس در نتایج ایجاد می شود. **واژه های کلیدی:** مدل سازی بازار انحصار دوجانبه، بازی های دیفرانسیلی، رفتار تولیدکنندگان و مصرف کنندگان، دینامیک سهم بازار

رده بندی ریاضی (۲۰۱۰): ۴۹N۷۰، ۴۹N۹۰

^۱ - مقاله حاضر مستخرج از رساله دکتری نویسنده اول در دانشگاه تهران است.

^۲ - آدرس الکترونیک مسئول مقاله: amohaghar@ut.ac.ir

۱- مقدمه

عامل مهم در بازارهای انحصار چندجانبه، وابستگی بین بنگاه‌ها است. به دلیل تفاوت در ساختار این بازار و نیز به دلیل تفاوت در رفتار بنگاه‌ها، یک نظریه عمومی و جامعی برای رفتار بازار انحصار چندجانبه وجود ندارد. به همین دلیل اقتصاددانان مدل‌های متفاوتی را برای تشریح رفتار متفاوت بنگاه‌ها در این بازار ارائه و تجویز نموده‌اند. یک بنگاه در بازار انحصار چندجانبه رفتار استراتژیک دارد، هر فروشنده تحت تأثیر اقدامات فروشنده‌گان رقیب است و تصمیم هر فروشنده روی قیمت، روی تصمیم رقبایش تأثیر می‌گذارد و از این منظر، صنایع چند انحصاری انواع زیادی دارند. بررسی‌های تجربی حاکی از آن هستند که هر صنعت چند انحصاری به نحوی منحصربه‌فرد است. به همین دلیل است که تقریباً تعداد زیادی از مدل‌های نظری توسط اقتصاددانان برای توصیف بازار انحصار چندجانبه ساخته شده‌اند. در حقیقت، صعوبت در ساخت یک نظریه عام برای بازار انحصار چندجانبه از ویژگی خاص این بازار (وابستگی داخلی بین فروشنده‌گان) ناشی می‌شود. تا جایی که به عمل‌ها و عکس‌العمل‌ها مربوط می‌شود، به دلیل وجود عدم قطعیت‌های زیاد، الگوی رفتاری خاص و قابل پیش‌بینی وجود ندارد و بنابراین مدل جامعی از بازار انحصار چندجانبه هم وجود ندارد.

به‌طور کلی، در بازار انحصار دو یا چندجانبه دو فرآیند اتفاق می‌افتد: اولی، فرآیند رقابت بین بنگاه‌ها برای تصاحب سهم بازار بیشتر و دومی، فرآیند یادگیری و انتخاب مصرف‌کننده. این دو فرآیند به هم گره خورده، باهم برهم‌کنش داشته و در یک تعامل پیوسته و بازگشتی در مسیر تحقق اهداف غایی افزایش مطلوبیت مصرف‌کننده و افزایش سهم بازار بنگاه ادامه پیدا می‌کنند. هدف اصلی این تحقیق، ارائه مدلی برای مطالعه بازارهای انحصار دوجانبه است که به‌وسیله آن بتوان اثرات تصمیمات متخذه توسط تولیدکنندگان را بر روی جهت‌گیری و واکنش رقبا و بر روی رفتار یادگیری و انتخاب مصرف‌کنندگان و بالعکس، بررسی نمود. همانگونه که نیسی و همکاران در مطالعات خود در زمینه ارائه مدل‌های اساسی در ریاضیات مالی به آن اشاره نموده‌اند، مدل‌سازی چنین مسائلی سبب می‌شود تا علاوه بر تولید علم، رابطه بسیار سازنده‌ای بین محققان ریاضیات کاربردی و علوم مالی و اقتصادی ایجاد شود تا بطور هم‌افزا و موثر نسبت به حل مشکلات این حوزه اقدام نمایند [۱]. مدل‌های مورد استفاده در سمت تولیدکننده مدل‌های مربوط به رقابت تولیدکنندگان از طریق ابزارهای تغییر قیمت، صرف هزینه‌های بازاریابی و تحقیق و توسعه (کاهش هزینه تولید و ارتقای کیفیت) است که معمولاً در ادبیات مرتبط از طریق مدل‌سازی بر مبنای بازی‌های دیفرانسیلی بدان پرداخته شده است. از سوی دیگر، مصرف‌کنندگان عامل‌هایی هوشمند و متنوع با روحیات و رویکردهای یادگیری و انتخاب متفاوت هستند که برآیند تصمیم آن‌ها، روی ساختار بازار و پویایی سهم بازار بنگاه‌ها تأثیر خواهد گذاشت. لذا در

این تحقیق، از رویکرد مدل‌سازی عامل محور، مدل‌های یادگیری و همچنین از مدل مناسبی برای انتخاب به‌منظور بازنمایی (مدل‌سازی) رفتار مصرف‌کنندگان استفاده شده است.

۲- پیشینه پژوهش

بازارها نقش محوری و اساسی در تخصیص منابع و توزیع درآمد دارند. عملکرد آن‌ها وابسته به ساختار آن‌ها است. در ساختار بازار فرض بر این است که بنگاه‌ها در تعاملی مکرر در یک بازی چندجانبه با حرکت هم‌زمان بازی می‌کنند. یک تئوری واحد پذیرفته‌شده به‌صورت عام در زمینه بازار چند انحصاری وجود ندارد، بلکه چهار رویکرد وسیع و متمایز به تئوری چند انحصاری وجود دارد که ضمن اینکه مکمل هم هستند می‌توانند باهم ادغام نیز بشوند [۲]. در نگاه پارادایمی به بازارها، مطرح شده که هر دیدگاه نسبت به بازار با توجه به ماهیت و نقش آن بازار، بر اساس یک پارادایم خاص صورت می‌پذیرد. پارادایم کارکردگرا که این تحقیق بر آن استوار است، به بازارها به‌عنوان راه‌های کارای تخصیص منبع و توزیع درآمد نگاه می‌کند و فرض می‌کند که جامعه یک موجودیت ملموس و ویژه داشته و از نظم مشخصی پیروی می‌کند [۳]. مدل‌های رفتاری بنگاه‌ها و ساختار بازارها موضوعاتی هستند که بر اساس نظریه بنگاه با ملاحظات پیچیدگی‌های دنیای واقعی و در حوزه سازمان صنعتی مطالعه می‌شوند، برای جزئیات بیشتر می‌توان به [۴] مراجعه نمود. مدل ریاضی برای مطالعه و پاسخ به سؤالات مربوط به سیاست‌های کسب‌وکار، نظریه بازی‌های دیفرانسیلی است که در ابتدا برای بازی‌های تعقیب و گریز ارائه گردید [۵]. سپس، این رویکرد برای بازی‌های دیفرانسیلی با مجموع غیر صفر و برای کاربرد در مسائل رقابت اقتصادی توسعه داده شد [۶]. یک مدل تبلیغات لگاریتمی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی در بازار دو انحصاری ارائه و استراتژی‌های تبلیغاتی حلقه باز بهینه نش تعیین شد [۷]. تنگ و تامپسون فرض تبعیت هزینه‌های تولید از یک منحنی یادگیری را مطرح کردند [۸]. ناکائو مدلی دینامیکی بر اساس نظریه سرمایه‌گذاری نئوکلاسیک، برای تشریح روابط میان ساختار و متغیرهای عملکرد ارائه نمود [۹]. داکتر و یورگنسن برای تعیین سیاست‌های بهینه قیمت‌گذاری باهدف استفاده و به‌کارگیری پویایی و رقابت به‌عنوان مشخصه‌های اصلی بازارهای واقعی، یک مدل بازی دیفرانسیلی را در بازارهای چند انحصاری بکار گرفتند [۱۰]. مدل بازی دیفرانسیلی برای قیمت‌گذاری دینامیک در بازار انحصار دوجانبه با فرض همسانی مصرف‌کنندگان، توسط چینتاگوتا و راثو ارائه شد [۱۱]. برای بازار انحصار دوجانبه و به‌منظور تحلیل تصمیم‌های مرتبط با کیفیت طراحی و قیمت‌گذاری محصول در طی چرخه عمر محصول، از یک مدل رقابت بر اساس بازی دیفرانسیلی غیرهمکارانه دو بازیکنه با جمع غیرصفر استفاده گردید [۱۲]. مدل بازی تبلیغات، قابل ارائه به‌صورت n بازیکن با جواب حلقه بسته وابسته به زمان نیز است [۱۳].

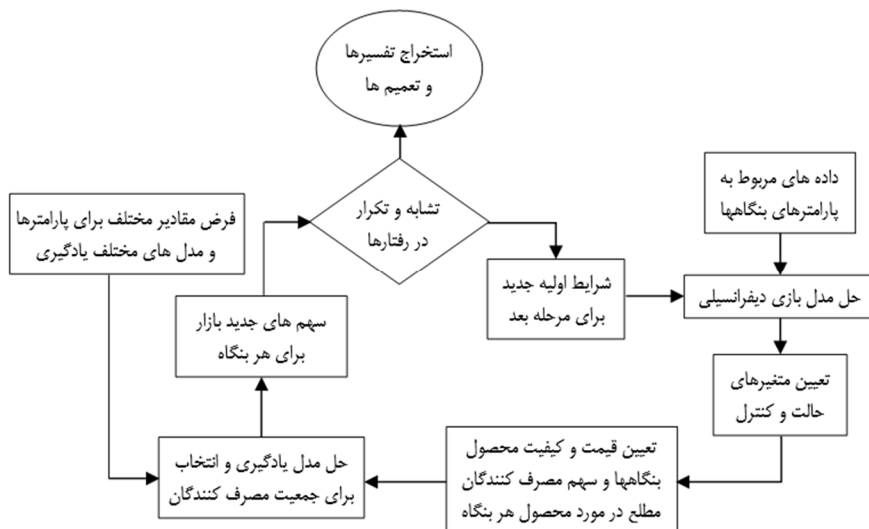
یکی از مراجع جامع در زمینه حل مسائل کنترل بهینه به‌ویژه با استفاده از رویکرد اصل ماکزیمم پونتریاگین، توسط تامپسون و ستی ارائه شد [۱۴]. همچنین یورگنسن، داکتر و سورجر مرجعی برای نظریه و کاربردهای بازی‌های دیفرانسیلی در سازمان صنعتی، بازارهای انحصار چندجانبه و بازاریابی منتشر کردند [۱۵]. رهیافت‌های مختلفی برای یادگیری وجود دارند که توسط کمتر معرفی شده‌اند [۱۶] و در این تحقیق از دو رهیافت معروف از بین آن‌ها بهره گرفته شده است. سرمایه‌گذاری در تبلیغات به‌منظور افزایش قیمت ذهنی مصرف‌کننده نیز از طریق یک بازی دیفرانسیلی چند انحصاری قابل مطالعه است [۱۷]. یورگنسن و زاکور بازی‌های دیفرانسیلی همکارانه و غیرهمکارانه را برای تحقیقات پیشرفته در رقابت بازاریابی دینامیکی ارائه نمودند [۱۸]. مورکامی و همکاران مطرح نمودند که علاوه بر رفتار مصرف‌کنندگان، برهم‌کنش و اثر متقابل مصرف‌کنندگان نیز روی ساختار بازار تأثیر می‌گذارد [۱۹]. اریکسون با مطالعه کلی روی بازی‌های دیفرانسیلی، کاربردهای مدل‌سازی بر مبنای آن را در حوزه‌های تبلیغات و بازاریابی ارائه نمود [۲۰]. سلینی و لامبرتینی یک بازی چند انحصاری دینامیک را ارائه نمودند که در آن کالاها متمایز و قیمت‌ها مقاوم در مقابل تغییر فرض شده بودند [۲۱]. هاپکینز در یک مدل دینامیک دو انحصاری که ارائه نمود، سیاست‌های بهینه قیمت با فرض یادگیری تطبیقی مصرف‌کنندگان را مورد مطالعه قرار داد [۲۲]. تاتسو و تاموتسو مدلی را ارائه دادند که در آن مصرف‌کنندگان و بنگاه‌ها به‌عنوان دو نوع عامل هوشمند با اطلاعات نسبی و عقلانیت محدود بر هم تأثیر می‌گذارند [۲۳]. پراساد و همکاران در یک مدل دینامیکی چندانحصاری در کنار رقابت، مقوله آگاه‌سازی برند را هم مدنظر قرار دادند [۲۴]. رقابت تبلیغات در یک انحصار چندجانبه دینامیک با برندهای چندگانه توسط اریکسون مورد مطالعه قرار گرفت و مدلی توسعه یافت که اجازه می‌داد تا استراتژی‌های تبلیغات در تعادل نش حلقه بسته، برای رقابت‌های چند انحصاری استخراج شود [۲۵]. لامبرتینی یک مدل چند انحصاری دینامیک بر پایه کنترل بهینه حلقه باز را برای بررسی تعادل حالت ماندگار در رفتار بنگاه‌ها با ملاحظه تابع تقاضای محدب و قیمت مقاوم در برابر تغییر، توسعه داد [۲۶]. چیارلا، کوپل، بیشی و زیداروفسکی مطرح نمودند که اگر همه بنگاه‌ها سعی کنند تا به‌طور هم‌زمان سطح تولید تعادلی را انتخاب نمایند، یک فرآیند دینامیک ظاهر می‌شود. دلیل وقوع این پدیده این است که بنگاه‌ها معمولاً به تعادل نمی‌رسند که این فرآیند تنظیم دینامیکی در مدل کارنو قابل ارائه است [۲۷]. دانا و فونگ مدل بازی تکراری انتخاب هم‌زمان قیمت و کیفیت از طرف بنگاه‌ها را معرفی نمودند [۲۸]. لدوینا و سیرکار مدل رقابت بنگاه‌های تولیدکننده کالاها، یکسان، از طریق تنظیم قیمت در بازار انحصار چندجانبه برتراند را ارائه نمودند [۲۹]. یورگنسن و زاکور، پیمایشی را روی ادبیات تبلیغات همکارانه در کانال‌های بازاریابی (زنجیره‌های تأمین) با استفاده از روش‌های نظریه بازی‌ها، انجام دادند که مدل‌های مبتنی بر نظریه بازی‌ها را برای هر دو حالت ایستا و پویا (دینامیک)، برای کانال‌های بازاریابی مورد بررسی قرار دادند [۳۰]. کواک و اشمیت دینامیک و انواع مختلف سهم بازار در یک

مدل دو انحصاری با فرض تولید کالاهای همسان و داشتن فرآیند رقابت دینامیکی روی قیمت و با ملاحظه ارتباطات زبانی میان مصرف‌کنندگان را مطالعه نمودند [۳۱]. برخی از کاربردهای بازی‌های دیفرانسیلی حلقه باز غیرهمکارانه در بازار انحصار چندجانبه توسط دراگون و همکاران ارائه شده است [۳۲]. امروزه رویکرد شبیه‌سازی عامل محور اهمیت و نقش فزاینده‌ای را در حوزه اقتصاد دارا است، بطوریکه در حال حاضر، تعداد رو به رشدی از اقتصاددانان متدولوژی متفاوتی را دنبال می‌کنند که بر پایه تحلیل سیستم‌های متشکل از تعداد زیادی عامل برهم‌کنشگر نامتجانس استوار است [۳۳]، [۳۴] و [۳۵].

مطالعه ادبیات صورت گرفته حاکی از آن است که مطالعات قبلی در مورد بازارهای انحصار چندجانبه، عموماً روی یکی از موضوعات از قبیل مدل‌سازی رفتار مصرف‌کننده، مدل‌سازی رفتار تولیدکننده، بازی دیفرانسیلی تحقیق و توسعه در سمت بنگاه، بازی مربوط به رقابت روی قیمت یا بازی تبلیغات یا بازاریابی متمرکز شده‌اند. لذا نوآوری صورت گرفته در مقاله حاضر به جامعیت مدل ارائه شده برمی‌گردد که به بازنمایی توأم رفتار رقابتی بنگاه‌ها با ملاحظه کلیه ابزارهای رقابت بین آن‌ها شامل قیمت‌گذاری، تحقیق و توسعه، ارتقای کیفیت و بازاریابی با رفتار یادگیری و انتخاب مصرف‌کنندگان می‌پردازد. این مدل به‌مثابه یک محیط شبیه‌سازی شده برای بازار انحصار دوجانبه است که در آن کلیه عوامل درگیر و متعامل در بازار باهم مدنظر قرار گرفته‌اند. در چنین محیطی، تولیدکنندگان قادرند تا سناریوهای مختلف سیاست‌گذاری خود را قبل از پیاده‌سازی در محیط واقعی، امتحان کنند. مقاله حاضر به این صورت سازمان‌یافته است که پس از مقدمه و ارائه چارچوب نظری و ادبیات مطالعه شده، در بخش سوم به‌مرور کوتاه روی متدولوژی خواهیم پرداخت. در بخش چهارم مقاله، حل تحلیلی مدل‌های ارائه شده برای رقابت بنگاه‌ها تشریح می‌شود. در بخش بعدی با استفاده از یک مثال عددی، نتایج برای دو مدل استخراج و روی آن‌ها بحث خواهد شد. و نهایتاً، بخش پایانی به جمع‌بندی مقاله خواهد پرداخت. هدف از این تحقیق، نشان دادن نحوه تغییر ساختار بازار و سیاست‌های کنترلی بنگاه‌ها، تحت شرایط و فرضیات مختلف اشاره شده است.

۳- روش‌شناسی پژوهش

همان‌گونه که قبلاً اشاره شد ساختار بازار هم از رقابت تولیدکنندگان و هم از رفتار انتخاب‌کنندگی مصرف‌کنندگان تأثیر می‌پذیرد و برای بررسی برهم‌کنش‌های این دو رفتار هم‌زمان بنگاه‌ها و مصرف‌کنندگان نیازمند یک مدل جامع هستیم. تجربیات قبلی و شخصی مصرف‌کننده و یادگیری او از تجربیات جدید و حتی از دیگران عواملی هستند که روی تصمیمات جدید او در انتخاب کالا اثر می‌گذارند. از سوی دیگر، بنگاه‌ها باید رفتارهای خود را هم‌نوا و موافق با مصرف‌کنندگان، روحیه و ذائقه آن‌ها تنظیم نمایند تا سهم‌های بازار خود را حفظ و حتی توسعه دهند.



شکل (۱): روند نمای حل مدل عمومی و مشخص نمودن رفتارها و برهم‌کنش‌ها در بازار انحصار چندجانبه

بدین منظور، بنگاه‌ها سیاست‌های مختلفی را از قبیل تغییر قیمت، بازاریابی و تحقیق و توسعه، به‌طور هم‌زمان اعمال می‌کنند. تقابل و برهم‌کنش بین تولیدکنندگان (بنگاه‌ها) و مصرف‌کنندگان در بازار انحصار دوجانبه یا چندجانبه در نمودار ۱ نشان داده شده است. از روند نمای فوق که نشان‌دهنده یک مدل مفهومی نیز است، استنباط می‌شود که برای ساختن مدل جامع، دو زیر مدل دارای ارتباط دوطرفه باهم برای دو طرف - تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان - لازم است تا به‌طور تکراری اطلاعات را باهم مبادله نمایند. بنابراین، یک مدل برمبنای بازی دیفرانسیلی تعیین شونده برای طرف تولیدکنندگان استفاده می‌شود و یک مدل بر اساس یادگیری و ارتقای تجربه برای طرف مصرف‌کنندگان مدنظر است.

الف - زیر مدل اول، مدل رقابت بنگاه‌ها در بازار انحصار دوجانبه

پارامترها و متغیرهای مدل به شرح زیر معرفی می‌شوند.

P : نرخ تنزیل

$S_i(t)$: مقدار تولید (سطح فروش) بنگاه i ، ذخیره‌سازی وجود ندارد.

$p_i(t)$: قیمت بازار بنگاه i

β_i : ضریبی است که بر اساس آن تأثیر افزایش سهم مصرف‌کنندگان مطلع در بازار روی افزایش مقدار

تولید (سطح فروش) بنگاه i سنجیده می‌شود.

$c_i(t)$: هزینه متوسط تولید بنگاه i

$k_i(t)$: تلاش (سرمایه‌گذاری) R&D بنگاه i برای کاهش هزینه متوسط تولید $c_i(t)$

θ_i : ضریبی است که بر اساس آن تأثیر هزینه تحقیق و توسعه بنگاه i روی کاهش هزینه متوسط تولید $c_i(t)$ آن سنجیده می‌شود.

μ_j : ضریبی است که با آن تأثیر تلاش از طرف بنگاه j برای کاهش هزینه متوسط تولید، روی تغییر هزینه متوسط تولید بنگاه i سنجیده می‌شود.

δ_i : ضریبی است که مبین فرسودگی و پیر شدن تأسیسات است که به تبع آن هزینه‌های متوسط تولید واحد i افزایش می‌یابد.

γ_i : ضریبی است که دلالت بر صرفه‌جویی نسبت به مقیاس تولید دارد و تأثیر افزایش مقدار تولید واحد i را بر کاهش هزینه متوسط تولید آن واحد نشان می‌دهد.

$q_i(t)$: سطح کیفیت نسبی کالای تولیدی بنگاه i ، متغیر بدون بعد که مقدار آن بین ۰ تا ۱ است.

$l_i(t)$: هزینه سرمایه‌گذاری در تحقیق و نوآوری برای ارتقای ۱ درصد در کیفیت نسبی کالای بنگاه i

ω_i : ضریبی است که بر اساس آن تأثیر تلاش ارتقای کیفیت بنگاه i روی افزایش سطح کیفیت نسبی کالای آن بنگاه سنجیده می‌شود.

φ_j : ضریبی است که بر اساس آن تأثیر تلاش ارتقای کیفیت بنگاه j روی تغییر سطح کیفیت نسبی کالای بنگاه i سنجیده می‌شود.

ε_i : ضریبی است که بر اساس آن در هر مرحله زمانی، بخشی از کیفیت نسبی کالای بنگاه i به واسطه تغییر سلیقه‌های مصرف‌کنندگان و اثر چرخه عمر از دست می‌رود.

σ_j : ضریبی است که بر اساس آن در هر مرحله زمانی، اثر احتمالی ناشی از کمیت تولید بر کیفیت تولید در بنگاه i سنجیده می‌شود.

$T_i(t)$: تلاش (سرمایه‌گذاری) بازاریابی انجام شده توسط بنگاه i در زمان t است تا مصرف‌کنندگان بیشتری را در بازار در مورد جزئیات (قیمت و کیفیت) کالایش مطلع سازد.

$y_i(t)$: سهم مصرف‌کنندگان مطلع در بازار در مورد جزئیات (قیمت و کیفیت) کالای تولیدی بنگاه i

τ_i : ضریبی است که بر اساس آن تأثیر تلاش بازاریابی بنگاه i روی افزایش سهم مصرف‌کنندگان مطلع در بازار در مورد جزئیات (قیمت و کیفیت) کالایش سنجیده می‌شود.

$\zeta_j \neq 0$: ضریبی است که اثرات منفی که سهم مصرف‌کنندگان مطلع بنگاه i از تلاش‌های بازاریابی رقبا دریافت می‌دارد را اندازه می‌گیرد.

η_i : ضریبی است که مبین نرخ کاهش معمول در سهم مصرف‌کنندگان مطلع در بازار بنگاه i است.

حال برای بازیکن i در حالت رقابت بین دو بازیکن (بازار انحصار دوجانبه) مدل جامع مبتنی بر بازی دیفرانسیلی را به صورت زیر خواهیم داشت. بازی دیفرانسیلی، یک بازی دینامیکی است که

در طول زمان $[0, T]$ به وقوع می‌پیوندد و بازیکنان استراتژی‌های خود را در زمان t بر اساس اطلاعات به‌دست‌آمده از بازی‌هایی که تا لحظه t انجام داده‌اند اتخاذ می‌نمایند.

$$\text{Max}_{p_i(t), k_i(t), l_i(t), r_i(t)} J_i = \int_0^T e^{-\rho t} \{ [p_i(t) - c_i(t)] s_i(t) - c_i(t) k_i(t) - q_i(t) l_i(t) - y_i(t) r_i(t) \} dt$$

s.t.

$$\dot{s}_i(t) = \alpha_i (a_i - b_i p_i(t) + d_j p_j(t) - s_i(t)) + \beta_i y_i(t)$$

$$\dot{c}_i(t) = -\theta_i k_i(t) - \mu_j k_j(t) + \delta_i c_i(t) - \gamma_i s_i(t)$$

$$\dot{q}_i(t) = \omega_i l_i(t) + \varphi_j l_j(t) - \varepsilon_i q_i(t) - \sigma_i s_i(t)$$

$$\dot{y}_i(t) = \tau_i r_i(t) - \xi_j r_j(t) - \eta_i y_i(t)$$

$$s_i(t_0) = s_{i0}, c_i(t_0) = c_{i0}, q_i(t_0) = q_{i0}, y_i(t_0) = y_{i0}, i, j = 1, 2, i \neq j$$

مدل ساده‌شده برای بازار انحصار دوجانبه، عیناً مطابق مدل فوق است با این تفاوت که ضرایب σ_i و γ_i ، β_i در آن صفر هستند. برای حل این زیر مدل از روش اصل ماکزیمم پونتریگین استفاده شده است [۱۴].

علاوه بر مقادیر اولیه متغیرهای حالت، مقادیر اولیه متغیرهای کنترل نیز موردنیاز هستند که الزاماً در دسترس نمی‌باشند، لذا روشی برای تخمین اولیه آن‌ها موردنیاز است. بدین منظور فرض می‌کنیم که در زمان $t = 0$ تغییری در متغیرهای حالت رخ نمی‌دهد. به این معنی که:

$$\dot{s}_i(t) = 0 \quad \dot{c}_i(t) = 0 \quad \dot{q}_i(t) = 0 \quad \dot{y}_i(t) = 0 \quad i = 1, 2$$

به‌علاوه، در زمان شروع از اثر متغیرهای حالت سایر بنگاه‌ها نیز صرف‌نظر می‌نماییم. بنابراین، روابط تقریبی زیر را خواهیم داشت.

$$l_i(t_0) \approx \frac{\epsilon_i}{\omega_i} q_i(t_0), \quad r_i(t_0) \approx \frac{\eta_i}{\tau_i} y_i(t_0), \quad k_i(t_0) \approx \frac{\delta_i}{\theta_i} c_i(t_0) \quad i = 1, 2$$

در زیر مدل اول، تابعی هدف از منبع [۹]، قید اول از منبع [۲۷] و قید دوم و سوم به‌طور مجزا از منبع [۳۲] الگوبرداری شده است. پیشنهاد معادله دیفرانسیل چهارم در مجموعه قیود، تجمیع سه قید (سه معادله دیفرانسیل) اول الگوبرداری شده باهم و تجمیع آن‌ها با قید چهارم، و نیز ملاحظه پارامترهای σ_i و γ_i ، β_i مواردی هستند که در این مقاله پیشنهاد شده و به مدل اولیه اضافه شده است.

ب- زیر مدل دوم، مدل رفتار یادگیری و انتخاب مصرف‌کنندگان

دو بنگاه وجود دارد که قیمت‌های نسبی کالاها تولیدی آن‌ها با $\hat{P} = (\hat{p}_1, \hat{p}_2)$ و کیفیت‌های نسبی کالاها تولیدی آن‌ها با $\hat{Q} = (\hat{q}_1, \hat{q}_2)$ نشان داده می‌شوند. مؤلفه‌های دو بردار فوق که بی‌بعد نیز هستند با روابط زیر مشخص می‌شوند.

$$\hat{p}_i = \frac{p_i}{\max_{j=1,2} p_j}, \quad \hat{q}_i = \frac{q_i}{\max_{j=1,2} q_j}$$

اگرچه افراد همواره در تصمیم‌گیری خود از عقلانیت کامل پیروی نمی‌کنند لیکن نمی‌توان ادعا کرد که رفتار غیر عقلایی فراگیری نیز در کلیه جنبه‌های زندگی انسان وجود دارد و احتمالاً انسان‌ها از آنچه اقتصاد رفتاری فرض می‌کند، عقلانی‌تر عمل می‌کنند [۳۶]. بر اساس این معرفی از مصرف‌کنندگان، لازم است تا جمعیتی از مصرف‌کنندگان به صورت تصادفی برای مدل ایجاد شود، لذا نیاز داریم تا ویژگی‌های این مصرف‌کنندگان را به صورت کمی تعریف کنیم که برخی از این ویژگی‌ها ماهیت تعیین‌شونده و برخی دیگر ماهیت تصادفی خواهند داشت. باگذشت زمان و در تکرارهای آتی از اجرای مدل، ویژگی‌های اطلاعاتی مصرف‌کنندگان دستخوش تغییر می‌شود که لازم است نحوه تغییرات و تحولات حاکم بر این المان‌ها نیز روشن شود. برای مصرف‌کنندگان قیمت کالاها به‌طور کامل مشخص است، یعنی قادرند قیمت هر دو کالا را رؤیت نمایند. اما کیفیت همه کالاها برای آن‌ها مکشوف نیست و کیفیت کالایی را می‌دانند که قبلاً مصرف کرده‌اند و یا در مورد آن کسب اطلاع نموده‌اند. ضریب ارزش کیفی c_{qki} کالای بنگاه i که مصرف‌کننده k ام قبلاً آن را مصرف نموده ۱ و ضریب ارزش کیفی c_{qki} کالای بنگاه j که مصرف‌کننده k ام قبلاً آن را مصرف ننموده بین ۰/۱ تا ۰/۵ در نظر می‌گیریم. اگر مصرف‌کننده به تجربیات قبلی خود خیلی متکی باشد به سمت عدد ۰/۱ و در صورتی که روحیه تمایل به تجربه کردن و کسب تجربیات جدید در او وجود داشته باشد به سمت ۰/۵ متمایل می‌شود. فرض می‌کنیم که کالا از نوع تجربه‌ای^۱ بوده و کیفیت کالا پس از تجربه شدن آن توسط مصرف‌کننده برای مصرف‌کننده مشخص می‌شود. به‌عنوان شرایط اولیه فرض می‌شود که هر مصرف‌کننده از بین کالاها تولید شده دو بنگاه یکی از آن‌ها را قبلاً آزموده است و دیگری را تجربه نکرده است. ضمناً فرض می‌کنیم که بخشی از مصرف‌کنندگان تمایل به کسب تجربیات جدید دارند و بقیه آن‌ها به امتحان نمودن کالای بنگاهی که تاکنون آن را نیازموده‌اند، علاقه‌ای ندارند. برای هر مصرف‌کننده k ام یک شاخص مطلوبیت نسبی در مورد کالای تولید بنگاه i به صورت

$$\tilde{u}_{ki} = \frac{(w_{kq} c_{qki} \hat{q}_i)}{(w_{kp} \hat{p}_i)}$$

تعریف می‌شود که در آن با کاهش قیمت نسبی و افزایش کیفیت نسبی، میزان مطلوبیت افزایش پیدا می‌کند و بالعکس با افزایش قیمت نسبی و کاهش کیفیت نسبی میزان مطلوبیت کاهش پیدا می‌کند. w_{kp} و w_{kq} هم به ترتیب وزن‌های اختصاص داده شده به کیفیت و قیمت از طرف مصرف‌کننده k ام هستند که مصرف‌کننده با تعریف آن‌ها می‌تواند ارجحیت خود را در ارتباط باقیمت و کیفیت منعکس نماید. فرض می‌شود که مصرف‌کننده در هر بار خرید فقط یک کالا را می‌خرد و ذخیره‌سازی هم ندارد. برای سادگی طول عمر کالاها هم یکسان فرض می‌شود، چون پارامتر کیفیت برای همه کالاها در نظر گرفته شده و طول عمر، یک مؤلفه از پارامتر کیفیت است. یک مصرف‌کننده دارای رغبت یا تمایل باطنی است که برای هر انتخاب ممکن در مجموعه انتخاب‌های او یک تمایل وجود دارد. گرایش یا تمایل یک عامل (مصرف‌کننده) نمونه با $\theta = (\theta_1, \theta_2) \in R^2$ نمایش داده می‌شود، هنگامی که عامل باید از بین دو محصول یا کالا انتخاب خود را انجام دهد. برای سادگی، یک مصرف‌کننده منفرد k ام را به‌عنوان نماینده در نظر می‌گیریم. تمایل این مصرف‌کننده به برندهای دوگانه در زمان t با $\theta_k = (\theta_{k1}(t), \theta_{k2}(t))$ نشان داده می‌شود. در هر لحظه از زمان مصرف‌کننده به دنبال خرید یک واحد کالا از دو بنگاه است. به‌محض دریافت یک پیامد، مصرف‌کننده k ام تمایل باطنی خود را به‌روز می‌کند.

$0 < v \leq 1$ مبین پارامتر تأخر یا تازگی است. اگر $v=1$ ، آنگاه جدیدترین تجربه به حافظه سپرده می‌شود. با v نزدیک به صفر، تجربه مربوط به زمان‌های خیلی دور هم می‌تواند با یک وزن بالا در باور کنونی وجود داشته باشد. مصرف‌کننده k ام پس از به‌روزرسانی تمایل خود، کالای موردنظر خود را به‌احتمال‌زیاد بر اساس بالاترین مقداری که $\theta_{kj}(t+1)$ پیدا می‌کند، از محصول بنگاه $j=1,2$ انتخاب می‌کند. دریافت اطلاعات (مطلع شدن از) قیمت و کیفیت مربوط به کالای بنگاه i ام توسط مصرف‌کننده k ام یک پدیده تصادفی است. احتمال اینکه مصرف‌کننده مزبور جزئیات این اطلاعات را دریافت نماید، متناسب است با سهم مصرف‌کنندگان مطلع در بازار در مورد جزئیات (قیمت و کیفیت) کالای تولیدی بنگاه i ، که با y_i نمایش داده شد. می‌توان بجای y_i ، از پارامتر $Inf_{pr,i}$ استفاده نمود که مبین احتمال دسترسی یا دریافت اطلاعات محصول بنگاه i ام توسط مصرف‌کنندگان است. پارامتر مذکور با احتمال y_i مقدار ۱ و با احتمال $1-y_i$ مقدار صفر را به خود می‌گیرد.

$$\theta_{ki}(t+1) = (1-v)\theta_{ki}(t) + v\tilde{u}_{ki}(t)Inf_{pr,i} \quad i=1,2$$

$$Inf_{pr,i} = \begin{cases} 1 & \text{with Probability of } y_i \\ 0 & \text{with Probability of } 1-y_i \end{cases}$$

مصرف‌کننده k ام مطابق رابطه فوق تمایلات خود را در مورد کالاهای تولیدی دو بنگاه به‌روز می‌نماید و از بین آن‌ها کالای بنگاهی که بیشترین تمایل به‌روز شده را داشته باشد، با بالاترین احتمال انتخاب خواهد نمود. یک قانون انتخاب وجود دارد که یک اقدام را به‌صورت تابعی از تمایلات باطنی کنونی انتخاب می‌کند. اصل کلی این است که اقدامات با تمایل بالاتر، احتمال انتخاب بیشتر را دارند. حال در این مرحله از قانون انتخاب لوجیت^۱ یا نمایی به‌صورت زیر استفاده می‌شود.

$$x_{ki}(t) = \frac{\exp(\psi\theta_{ki}(t))}{\sum_{j=1}^N \exp(\psi\theta_{kj}(t))}, \quad x_{k1}(t) + x_{k2}(t) = 1$$

$x_{ki}(t)$ - احتمالی است که با آن احتمال، عامل (مصرف‌کننده) k ام، کالای i را در زمان t انتخاب می‌کند. در قانون فوق، ψ مبین درجه بهینه‌سازی است. در سطوح بالای ψ عامل (مصرف‌کننده)، کالای با بالاترین تمایل را با احتمال خیلی بالا انتخاب می‌کند. یعنی کالایی که دارای $x_{ki}(t)$ بالاتری باشد، برازندگی بیشتری برای انتخاب خواهد داشت. برای زمان T (انتهای دوره)، تعداد کالای فروش رفته بنگاه k ام از روی تعداد مصرف‌کنندگانی که کالای k ام را انتخاب نموده‌اند، مشخص می‌شود. بنابراین هر تولیدکننده k ام، میزان $s_i(T)$ خود را خواهد داشت و از روی آن سهم بازار هر تولیدکننده نیز قابل محاسبه خواهد بود. هنگامی که مصرف‌کننده k ام محصول تولیدکننده k ام را انتخاب نمود، به‌روزرسانی تمایل مصرف‌کننده مزبور در مورد محصولات سایر تولیدکنندگان در حالت یادگیری تقویتی، به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\theta_{kj}(t+1) = (1-\nu)\theta_{kj}(t) \quad \text{for } j \neq i$$

و در حالت یادگیری باور مبنای، به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\theta_{kj}(t+1) = \theta_{kj}(t) \quad \text{for } j \neq i$$

تفاوت مهم میان یادگیری‌های تقویتی و باور مبنای، مربوط به تلقی است که از تمایل به انجام اقدامات انجام نشده وجود دارد. در یادگیری تقویتی، تمایل برای اقدامات/کالاهای انجام نشده/انتخاب نشده با تنزل آشنایی با آن اقدامات/کالاهای، به‌طور طبیعی کاهش می‌یابد. در مقابل، تحت یادگیری باور مبنای، اگر اطلاعات جدیدی که با آن تخمین کیفیت فردی به‌روز می‌شود در مورد اقدام/ کالا وجود نداشته باشد، تمایل برای اقدامات انجام نشده بدون تغییر باقی می‌ماند. حال در مرحله جدید، مقادیر متغیرهای حالت و کنترل که در انتهای مرحله قبل پیدا شده است، به‌عنوان شرایط اولیه برای مرحله جدید مدنظر قرار می‌گیرند. مجدداً از روی حل مسئله بازی دیفرانسیلی (که با استفاده از روش اصل ماکزیمم پونتریاگین، در فرم ساده قابلیت حل تحلیلی

پارامتری را دارد و در فرم جامع با معلوم بودن مقادیر پارامترها قابلیت حل تحلیلی را دارد) Y_i های جدید محاسبه می‌شوند و این فرآیند به همین منوال، مطابق روند نمای ارائه شده در شکل ۱ ادامه پیدا می‌کند. مراجع شماره [۱۱] و [۲۲] مراجع اصلی در صورت‌بندی زیر مدل دوم هستند. علاوه بر موضوع ایجاد ارتباط میان دو زیر مدل به صورت روند نمای ارائه شده در نمودار ۱، رابطه \bar{u}_{ki} با جزئیات و مؤلفه‌های مربوطه برای محاسبه مطلوبیت نسبی مصرف‌کنندگان نیز در مقاله حاضر پیشنهاد شده است.

۴- مثال عددی

هدف از این مثال عددی، مطالعه یک بازار خاص و مشخص از دنیای واقعی نیست، بلکه به دنبال این موضوع هستیم که تحت دو مدل ارائه شده، روند سهم‌های بازار تغییر می‌یابند. در ارائه این مثال عددی که حدود مقادیر پارامترهای تولیدکنندگان در آن از یک صنعت واقعی (تولیدکننده کالای تجربه‌ای) با داشتن داده‌ها و اطلاعات سه بنگاه عمده و مهم در کشور اقتباس شده است؛ دو هدف دنبال می‌شود. اولاً، کارکرد مدل یکپارچه بازار دو انحصاری نمایش داده می‌شود که در آن اثر توأم رفتار مصرف‌کنندگان و رقابت تولیدکنندگان نهفته است. ثانیاً، تفاوت خروجی دو مدل نمایش داده می‌شود که طبیعتاً، مدل دوم (جامع) مدل متعالی‌تری نسبت به مدل ساده است و مقادیر ضرایب متغیرهای اضافه شده در مدل جامع هم به نسبت مقادیر کوچکی هستند ولی در خروجی‌های دو مدل سهم بازار متفاوتی را ملاحظه می‌کنیم.

جدول (۱): داده‌های دو تولیدکننده مربوط به مدل بازار انحصار دو جانبه

۵	تعداد دفعات اعمال سیاست توسط بنگاه‌ها
۵۰	حداکثر درصد کاهش قیمت از قیمت اولیه برای هر دو بنگاه
۱۰	حداکثر نسبت سرمایه‌گذاری برای بهبود هزینه تولید به سرمایه‌گذاری اولیه
۱۰	حداکثر نسبت هزینه بهبود کیفیت به هزینه اولیه آن
۱۰	حداکثر نسبت هزینه بازاریابی به هزینه اولیه آن
۵۰	درصد اضافه ظرفیت
۱۰۲	هزینه اولیه تولید برای دو بنگاه
۰/۸	کیفیت اولیه تولید برای دو بنگاه
۹۲۰	مقدار تولید اولیه دو بنگاه
۰/۵	سهم اولیه مصرف‌کنندگان مطلع دو بنگاه در بازار

حال اگر به مدل ماهیت غیرخطی هم قائل شویم ممکن است این تفاوت بارزتر هم بشود. در مرور ادبیات انجام شده مشخص گردید که از مدل ساده توسط محققین استفاده شده است [۳۲]. بدین منظور، دو بنگاه کاملاً یکسان را با مقادیر پارامترهای مساوی در نظر می‌گیریم و فقط مدل‌های رقابتی بنگاه‌ها را یک‌بار به صورت جامع و یک‌بار به صورت ساده‌شده اجرا می‌نماییم. در هر دو حالت برای پارامترهای سمت مصرف‌کننده مقادیر و بازه‌های یکسانی را مدنظر قرار می‌دهیم. تغییرات تصادفی که در نتایج حاصل وجود دارد، ناشی از روحیات و رفتارهای تصادفی متفاوت مصرف‌کنندگان است. در مثال عددی حاضر، اطلاعات و داده‌های مربوط به بنگاه‌ها و مصرف‌کنندگان در جداول ۱، ۲ و ۳ و نتایج حاصل از اجرای مدل برای مقادیر مندرج در جداول مذکور در اشکال ۲ و ۳ ارائه شده‌اند.

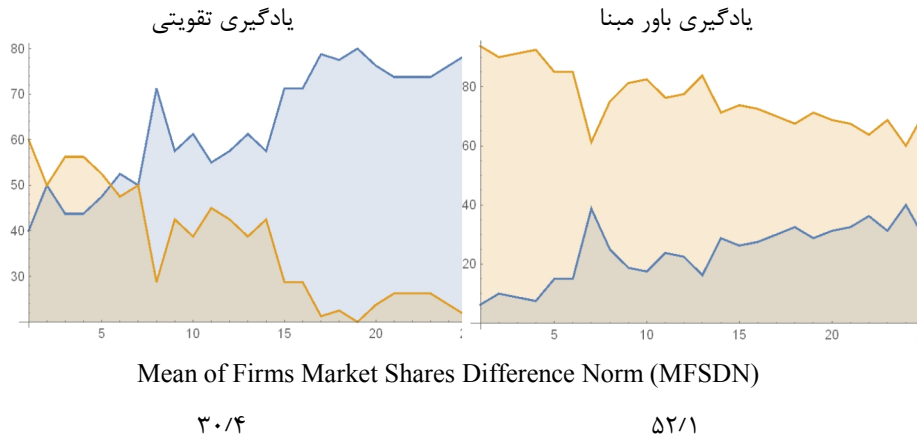
جدول (۲): مقادیر پارامترهای تولیدکنندگان

5×10^{-1}	β_r	22×10^{-1}	θ_1	۱۰۰۰	a_r	6×10^{-1}	τ_r	11×10^{-1}	ω_1
8×10^{-1}	γ_1	22×10^{-1}	θ_r	۰/۲	b_1	17×10^{-1}	ξ_r	11×10^{-1}	ω_r
8×10^{-1}	γ_r	26×10^{-1}	μ_r	۰/۲	b_r	17×10^{-1}	ξ_1	1×10^{-1}	φ_r
5×10^{-1}	σ_1	26×10^{-1}	μ_1	۰/۰۰۰۳	d_r	۰/۰۰۱۲	η_1	1×10^{-1}	φ_1
5×10^{-1}	σ_r	11×10^{-1}	δ_1	۰/۰۰۰۳	d_1	۰/۰۰۱۲	η_r	۰/۰۰۶	ε_1
		11×10^{-1}	δ_r	-۰/۱	α_1	۰/۰۷	ρ	۰/۰۰۶	ε_r
		5×10^{-1}	β_1	-۰/۱	α_r	۱۰۰۰	a_1	6×10^{-1}	τ_1

از آنجا که داده‌های مربوط به مصرف‌کنندگان را (با ملاحظه جدول ۳) می‌توان در دسته‌های مختلف جای داد، استفاده از مدل‌ها و تجزیه و تحلیل چند سطحی می‌تواند برای تولید نمونه مطرح شود. یکی از موضوعات اساسی مطالعه مدل‌های چند سطحی، یافتن روشی برای تعیین اندازه نمونه مناسب در سطوح مختلف آن است. در این خصوص گل‌علی زاده و اخگری به بررسی تاثیر اندازه‌ی حجم نمونه در مدل‌های چندسطحی با رویکرد زیرنمونه‌گیری پرداخته‌اند [۳۷]. لیکن در این تحقیق با منطبق تولید تصادفی عامل‌ها (مصرف‌کننده‌ها) تلاش شده که حداکثر تعداد ممکن از عامل‌های مزبور با ویژگی‌های تصادفی تولید شود. اما با توجه به افزایش زمان اجرای مدل کامپیوتری در صورت افزایش تعداد مصرف‌کننده‌ها، می‌توان مدل را برای تعداد محدودی از مصرف‌کنندگان مثلاً همان ۸۰ نفر (تعداد مصرف‌کنندگانی که با ازای آن زمان اجرای مدل با کامپیوتر خیلی طولانی نشود)، به دفعات اجرا نمود. قطعاً ۸۰ مصرف‌کننده نمونه برای نمایندگی جامعه مصرف‌کنندگان کافی نیست، لذا میانگین نتایج را از اولین تا آخرین اجرا محاسبه می‌نماییم و در هر مرحله که میانگین مزبور نسبت به میانگین مرحله قبل تغییر نمود، متوقف می‌شویم.

جدول (۳): داده‌های مصرف‌کنندگان

۱	تعداد کالای تجربه‌شده برای هر مصرف‌کننده
۱	تعداد کالای تجربه نشده برای هر مصرف‌کننده
۸۰	تعداد مصرف‌کنندگان نمونه
%۴۰	سهم مصرف‌کنندگانی که تمایل به تجربیات جدید دارند
[۰/۰۰۰۱, ۱]	ضریب تأخر هر مصرف‌کننده (عدد حقیقی تصادفی) متعلق به فاصله
[۰/۹, ۲, ۹]	درجه بهینه‌سازی هر مصرف‌کننده (عدد حقیقی تصادفی) متعلق به فاصله
۵	تعداد زیر فاصله‌ها (تعداد دفعاتی که هر مصرف‌کننده، کالا را بین دو مرحله اعمال سیاست از طرف تولیدکنندگان می‌خرد)



شکل (۲): سهم‌های بازار بنگاه‌ها تحت مدل ساده

برای بررسی سهم تولیدکنندگان از بازار، تعریف یک شاخص لازم است. بدین منظور میانگین نرم اقلیدسی [۳۸] اختلاف سهم‌های بازار^۱ MFSDN را به‌عنوان شاخص کلی در نظر می‌گیریم. حال برای بازار انحصار دو جانبه برای نرم اقلیدسی، قدرمطلق مدنظر قرار می‌گیرد. برای تعیین دفعات اجرای مدل با ۸۰ مصرف‌کننده، اجرای مدل به دفعات تکرار می‌شود و هر بار متوسط MFSDN از اولین اجرا تا آخرین اجرا محاسبه می‌شود. اگر از یک مرحله خاص به بعد، مقدار این متوسط تغییر محسوسی نداشت، در واقع تعداد دفعات بهینه اجرای مدل برای بررسی‌های دیگر و مطالعه تأثیر تغییر پارامترهای مدل روی ساختار بازار، به‌دست آمده است. در این مطالعه تعداد دفعات

1-Mean of Firms Market Shares Difference Norm

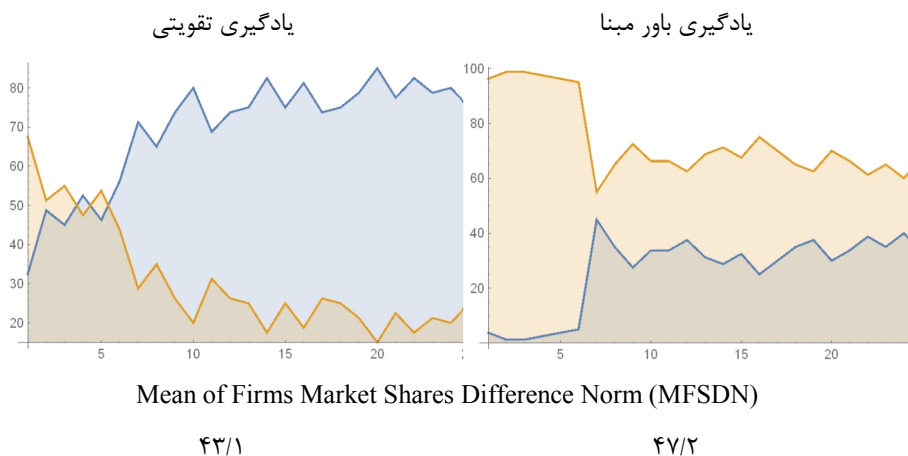
تکرار بهینه در اجرای مدل‌های جامع و ساده برای هر موضوع موردنظر برای بررسی، ۱۴ بار مشخص شد. نحوه محاسبه MFSDN مطابق روابط زیر است.

$$T = (\text{Turns of policy applying by firms}) \times (\text{Number of subintervals})$$

$$MFSDN = \frac{1}{T} \sum | \text{Market share } i - \text{Market share } j |$$

۵- برآورد مدل و تحلیل نتایج

برای فهم نقش یک پارامتر کلیدی در خروجی یک مدل مورد مطالعه و بررسی استحکام نتایج از نظریه انشعاب^۱ استفاده می‌شود که می‌تواند در تحقیقات آینده مورد توجه قرار گیرد. لیکن در این مقاله صرفاً به مقایسه شکلی نتایج بسنده می‌شود.



شکل (۳): سهم‌های بازار بنگاه‌ها تحت مدل جامع

از سهم‌های بازار دو تولیدکننده در دو اجرای مدل پیداست که در حالت یادگیری باور مبنا سهم‌ها نسبت به شرایط اولیه خود تغییر زیادی پیدا نمی‌کنند. چون در این نوع یادگیری، تمایل مصرف‌کنندگان برای کالاهای انتخاب شده در یک مرحله خاص کاهش نمی‌یابد. بنابراین اگر مصرف‌کننده در گذشته تجربه موفقیت‌آمیزی از مصرف کالایی را داشته باشد تمایل او به انتخاب آن کالا زیاد خواهد بود. اما در حالت یادگیری تقویتی، در صورت انتخاب یک کالای جدید توسط

یک مصرف‌کننده، تمایل او به کالاهای دیگر حتی در صورت موفقیت‌آمیز بودن تجربیات قبلی از مصرف آن‌ها، کاهش می‌یابد.

جدول ۴ نشان‌دهنده وزن بسیار پایین ضرایب β_1 ، γ_i و σ_i نسبت به ضرایب متغیرهای کنترل اصلی در سه معادله دیفرانسیلی حاکم بر سیستم دینامیکی هر بنگاه است.

جدول (۴): مقایسه ضرایب β_1 ، γ_i و σ_i با ضرایب متغیرهای کنترل اصلی

$\left \frac{\beta_i}{\alpha_i b_i} \right $	$\left \frac{\gamma_i}{\theta_i} \right $	$\left \frac{\sigma_i}{\omega_i} \right $	نوع مدل
۰	۰	۰	مدل ساده
25×10^{-11}	$36 / 36 \times 10^{-6}$	$45 / 45 \times 10^{-7}$	مدل جامع

درواقع به‌واسطه این سه ضریب اختلال^۱ جزئی به مدل ساده اعمال می‌شود. لیکن خروجی دو مدل برای سهم بازار بنگاه‌ها تفاوت محسوس و قابل‌مشاهده‌ای را نشان می‌دهد بطوریکه، تغییر در میزان MFSDN از مدل ساده به مدل جامع، برای حالت یادگیری باور مبنا به میزان $9/4\%$ - و برای حالت یادگیری تقویتی به میزان $41/7\%$ + اتفاق می‌افتد. البته با توجه به توضیحاتی که پیرامون دو نوع یادگیری ارائه شد، انتظار می‌رفت که تأثیر اختلال در یادگیری باور مبنا کمتر از تأثیر آن در یادگیری تقویتی باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با رفتن به سمت مدل‌های ساده، به‌طور حتم اطلاعاتی را از دست می‌دهیم.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

رفتارهای تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان و برهم‌کنش این رفتارها، روی سهم بازار بنگاه‌ها در بازارهای انحصار دوجانبه تأثیر می‌گذارد که برای نشان دادن این پدیده، ناگزیر از استفاده از مدلی هستیم که رفتارهای بنگاه‌ها و مصرف‌کنندگان و برهم‌کنش‌های آن‌ها را باهم شامل شود. به‌وسیله مدل مزبور قادر خواهیم بود تا تغییرات سهم‌های بازار تولیدکنندگان در یک بازار انحصار دوجانبه را که متأثر از رفتارهای توأم مصرف‌کنندگان و سیاست‌های کنترلی تولیدکنندگان است، موردبررسی قرار دهیم.

برای تشریح و توصیف بهتر مطالب ارائه شده در این مقاله به تحقیقاتی که طی سال‌های اخیر در زمینه بازار، رقابت تولیدکنندگان و یادگیری مصرف‌کنندگان انجام شده اشاره می‌شود و مقایسه‌ای هدفمند و نظام‌مند بین مطالب این مقاله با موضوعات ارائه شده در آن‌ها انجام می‌گردد. از آنجاکه

ساختار مدل ارائه شده در این مقاله، تلفیق و اجتماع ساختار مدل‌های مورد استفاده محققین قبلی را در بردارد؛ مدل ارائه شده قادر است تا به موضوعات و چالش‌های محققین قبلی پاسخ دهد. از سوی دیگر، مدل قادر است تا فراتر نیز عمل نماید و پویایی برهم‌کنش‌های پی‌درپی رفتارهای رقابتی تولیدکنندگان و رفتارهای یادگیری و انتخاب مصرف‌کنندگان را باهم در نظر بگیرد. بنابراین، نوآوری اشاره شده نیز که به جامعیت مدل ارائه شده و به بازنمایی توأم رفتار بنگاه‌ها و مصرف‌کنندگان اشاره داشت، محقق گردیده است. اما هدف دیگری که در این مقاله دنبال شد، مقایسه خروجی‌های دو مدل رقابت مبتنی بر بازی‌های دیفرانسیلی برای دو بنگاه در بازار انحصار دوجانبه بود که یکی از دو مدل، ساده‌شده مدل دیگر بود. از پارامترهایی از مدل جامع صرف‌نظر گردید تا مدل ساده‌شده به دست آید. ضرایب این پارامترها در مدل جامع، مقادیر بسیار کوچکی در نظر گرفته شد تا تفاوت عملکردی دو مدل به‌خوبی نشان داده شود. با استفاده از یک مثال عددی نشان داده شد که اولاً در حالت یادگیری تقویتی این امکان وجود دارد که سهم بازار یک تولیدکننده به سهم تولیدکننده دیگر رسیده و حتی از آن فزونی می‌یابد. اما در حالت یادگیری باور مینا دو سهم بازار حتی به‌ندرت به هم می‌رسند. ثانیاً، علیرغم کوچک بودن ضرایب پارامترهای اشاره شده در مدل جامع که در مدل ساده از آن‌ها صرف‌نظر می‌شود، نتایج حاصل برای دو حالت تفاوت فراوانی پیدا می‌کند. لذا می‌توان نتیجه گرفت که به ساده‌سازی مدل‌ها یا استفاده از مدل‌های ساده، باید با مراقبت و احتیاط بیشتری پردازیم. پیاده‌سازی چنین تحقیقی برای بنگاه‌های فعال واقعی در یک صنعت که در یک انحصار دو یا سه یا حتی چندجانبه رقابت می‌کنند، همچنین بررسی تغییرات ساختار بازار با تغییر پارامترهای مختلف بنگاه‌ها، ملاحظه مدل غیرخطی برای رقابت بنگاه‌ها و یا شرایط عدم اطلاع بنگاه‌ها از پارامترهای همدیگر، می‌توانند زمینه‌هایی برای پژوهش‌های آینده باشند. عدم اطلاع بنگاه‌ها از پارامترهای همدیگر به‌نوبه خود بحث بازی‌های دیفرانسیلی تصادفی و تعادل نش حلقه بسته را پیش می‌کشد.

منابع

- [۱] عبدالساده نیسی؛ رویا چمنی انباجی؛ لیلی شجاعی منش (۱۳۹۱)، سه مدل اساسی در ریاضیات مالی، نشریه مدل سازی پیشرفته ریاضی، دوره ۲، شماره ۱، صفحه ۷۷ - ۹۶
- [2] Shubik M. (1975). *Oligopoly Theory, Communication, and Information*. The American Economic Review, **65**, 280-283.
- [3] Ardalan, K. (2007). *Markets: a paradigmatic look*. International Journal of Social Economics, **34**, 943-960.
- [4] Shy, O. (1995). *Industrial Organization Theory and Applications* – The MIT Press.
- [5] Isaacs, R. (1975). *Differential games*. Robert E. Krieger Publishing Company.

-
- [6] Case, J. H. (1979). *Economics and the Competitive Process*. New York University Press.
- [7] Jorgensen, S. (1982). *A differential games solution to a logarithmic advertising model*. The Journal of the Operational Research Society, **33**, 425–432.
- [8] Teng, J. T. & Thompson, G. L. (1983). *Oligopoly models for optimal advertising when production costs obey a learning curve*. Informs Management Science, **29**, 1087–1101.
- [9] Nakao, T. (1983). *Profitability, market share, product quality and advertising in oligopoly*. Journal of Economic Dynamics and Control, **6**, 153–171.
- [10] Dockner, E. & Jorgensen, S. (1988). *Optimal pricing strategies for new products in dynamic oligopolies*. Informs Marketing Science, **7**, 315–334.
- [11] Chintagunta, P. K. & Rao, V. R. (1996). *Pricing strategies in a dynamic duopoly: A differential game model*. Informs Management Science, **42**, 1501–1514.
- [12] Mukhopadhyay, S. K. & Kouvelis, P. (1997). *A differential game theoretic model for duopolistic competition on design quality*. Operations Research, **45**, 886–893.
- [13] Fruchter, G. E. (1999). *The many-player advertising game*. Informs Management Science, **45**, 1609–1611.
- [14] Thompson, G. L. and Sethi, S. P. (2000). *Optimal Control Theory Applications to Management Science and Economics*. Springer-Verlag.
- [15] Jorgensen, S., Van Long, N., Dockner, E. & Sorger, G. (2000). *Differential Games in Economics and Management Science*. Cambridge University Press.
- [16] Camerer, C. F. (2003). *Behavioral Game Theory-Experiments in Strategic Interaction*. Princeton university press.
- [17] Lambertini, L., Cellini, R. & Leitmann, G. (2003). *Advertising in a differential oligopoly game*. Journal of Optimization Theory and Applications, **116**, 61–81.
- [18] Jorgensen, S. & Zaccour, G. (2004). *Differential games in marketing*. Springer Science +Business Media, LLC.
- [19] Murakami, Y., Itoh, S. & Iba., T. (2006). *Consumer network and market dynamics*. In Proceedings of the 9th Joint Conference on Information Sciences, pages CIEF–107.
- [20] Erickson, G. M. (2007). *Differential games in marketing science*. Informs Tutorials in Operations Research, pages 62–78.
- [21] Cellini, R. and Lambertini, L. (2007). *A differential oligopoly game with differentiated goods and sticky prices* - European Journal of Operational Research 176.

- [22] Hopkins, E. (2007). *Adaptive learning models of consumer behavior*. Journal of Economic Behavior and Organization, **64**, 348–368.
- [23] Tatsuo, Y. and Tamotsu, O. (2008). *Dynamics of a market with heterogeneous learning agents*. Journal of Economic Interaction and Coordination, **3**, 107–118.
- [24] Prasad, A., Naik, P. A. and Sethi, S. P. (2008). *Building brand awareness in dynamic oligopoly markets*. Informs Management Science, **54**, 129–138.
- [25] Erickson, G. M. (2009). *Advertising competition in a dynamic oligopoly with multiple brands*. Inform Operations Research, **57**, 1106–1113.
- [26] Lambertini, L. (2010). *Oligopoly with hyperbolic demand: A differential game approach*. Journal of Optimization Theory and Applications, **145**, 108–119.
- [27] Chiarella, C., Kopel, M., Bischi, G. I. and Szidarovszky, F. (2010). *Nonlinear Oligopolies Stability and Bifurcations*. Springer-Verlag.
- [28] Dana, Y. F., Fong, Jr. J. D. (2011). *Product quality, reputation, and market structure*. International Economic Review, **52**, 1059–1076.
- [29] Ledvina, A. and Sircar, R. (2011). *Dynamic bertrand oligopoly*. Applied Mathematics and Optimization, **63**, 11–44.
- [30] Jorgensen, S. and Zaccour, G. (2014). *A survey of game-theoretic models of cooperative advertising*. European Journal of Operational Research, **237**, 1–14.
- [31] Kovac, E. and Schmidt, R. C. (2014). *Market share dynamics in a duopoly model with word-of-mouth communication*. Games and Economic Behavior, **83**, 178–206.
- [32] Dragone, D., Lambertini, L., Leitmann, G. and A. Palestini. (2015). *Hamiltonian potential functions for differential games*. Automatica, **62**, 134–138.
- [33] Gallegatiand, M. and Alan Kirman (2012). *Reconstructing economics: Agent based models and complexity*, Complexity Economics **1**, 5–31.
- [34] Pajares, J., Cesáreo Hernández and Adolfo López (2014). *Agent-Based Modelling in Economics: Beyond the Neoclassical Paradigm*, <https://www.researchgate.net/publication/242275539>.
- [35] Chhatwal, J. and Tianhua He (2015). *Economic Evaluations with Agent-Based Modelling: An Introduction*, Pharmaco Economics **33**, 423–433.

[۳۶] عباد تیموری، محسن رنایی، عبدالحمید معرفی محمدی (۱۳۹۶)، نقد انتخاب عقلانی از منظر رویکردهای رقیب: اقتصاد رفتاری، آزمایشگاهی و علوم مغزی، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۷۳، صفحات ۱–۴۳.

[۳۷] موسی گل‌علی زاده، امید‌اخگری (۱۳۹۲)، بررسی تأثیر اندازه‌ی حجم نمونه در مدل‌های چندسطحی با رویکرد زیرنمونه‌گیری، نشریه مدل‌سازی پیشرفته ریاضی، دوره ۳، شماره ۱، صفحه ۶۰-۷۷

[38] Chapra, S. C. and Canale. R. P. (2010). *Numerical Methods for Engineers*, McGraw-Hill.

