



بررسی جریان خون مغناطیسی در طول رگ مخروطی گرفته‌شده با ترکیبی از گرفتگی و آنوریسم: یک روش صریح تفاضل متناهی

احمدرضا حقیقی^{۱*}، محمد شهبازی اصل^۱، نسیم اصغری^۲

(^۱) گروه ریاضی، دانشکده شهید شمس‌پور، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران
(^۲) گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاد تهران مرکز، تهران، ایران

دبیر مسئول: علیرضا فخارزاده جهرمی

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۹/۹

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۳/۲۲

چکیده: در تحقیق حاضر تأثیر میدان مغناطیسی بر روی مشخصه‌های جریان خون پالسی در طول رگ مخروطی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. دلیل اصلی در نظر گرفتن میدان مغناطیسی در مدل ارائه‌شده از آن‌رو است که خون از نظر الکتریکی هادی است و از لحاظ آزمایشگاهی ثابت شده است که حجم جریان خون در حضور میدان مغناطیسی تحت تأثیر قرار می‌گیرد. به‌منظور شبیه‌سازی هرچه بیش‌تر شرایط واقعی بدن، رگ مفروض به‌صورت مخروطی‌شکل، الاستیک همراه با ترکیبی از گرفتگی و آنوریسم فرض شده است. برای توصیف رئولوژی خون، در مدل غیرنیوتنی در نظر گرفته‌شده از سیال کراس استفاده شده است. معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاکم بر مدل مفروض با اعمال روش تفاضلات متناهی حل شده است. تأثیر پارامترهای مختلف شامل گرفتگی و آنوریسم رگ، پالسی بودن جریان خون و میدان مغناطیسی بر سرعت جریان خون، دبی حجمی و مقاومت در برابر جریان به‌صورت گرافیکی بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: جریان خون پالسی، آنوریسم، گرفتگی رگ، روش تفاضلات متناهی، سیال غیر نیوتنی.

رده‌بندی ریاضی: 92C35, 92B05

۱ مقدمه

بسیاری از محققان بر این باورند که مطالعه خواص دینامیکی جریان خون در درک و درمان بسیاری از بیماری‌های قلبی-عروقی نقش اساسی دارد [۵، ۱۶]. با توجه به این‌که بیماری قلبی-عروقی رابطه نزدیکی با جریان خون و رگ‌های خونی دارد [۳]، در سال‌های اخیر مطالعات گسترده‌ای در زمینه‌ی جریان خون در طول رگ گرفته‌شده انجام شده است [۱۹، ۲۰، ۲۹]. مطالعات صورت‌گرفته در این زمینه نشان می‌دهد که انتخاب نوع سیال به‌عنوان معرف رئولوژی جریان خون، نوع رگ و همچنین نوع گرفتگی نقش اساسی در کارا بودن مدل ریاضی مربوطه

*نویسنده مسئول مقاله

ایانامه: ah.haghighi@gmail.com (A.R. Haghighi), mshahbazia@yahoo.com (M. Shahbazi Asl)

nasim.asghary@gmail.com (N. Asghary)

دارد [۱۷] در تحقیق حاضر، توجه ویژه‌ای به توسعه مدل‌های ریاضی موجود و همچنین واقعی‌تر کردن این مدل‌ها با توجه به ویژگی‌های یادشده صورت گرفته است که در ادامه این بخش به توضیح این مسئله پرداخته می‌شود.

با مروری در تحقیقات اخیر صورت‌گرفته در زمینه بررسی مشخصه‌های جریان خون مشخص می‌شود که در برخی از مطالعات جریان خون به صورت سیال نیوتنی در نظر گرفته شده است [۲، ۱۱، ۱۸]. این در حالی است که فرض نیوتنی بودن جریان خون فقط در رگ‌هایی با قطرهای بزرگ مورد قبول است، اما در رگ‌هایی با قطر داخلی کم و همچنین شرایط بیماری خون رفتار غیر نیوتنی دارد و در نظر گرفتن جریان خون به عنوان سیال نیوتنی نمی‌تواند بسیاری از ویژگی‌های خون مانند ویسکوزیته جریان خون، سرعت برشی، انباشت سلولی و ... را به درستی توصیف کند [۵]. در ادامه به بررسی چند مطالعه می‌پردازیم که مشخصه‌های جریان خون غیرنیوتنی در طول رگ گرفته‌شده را مورد بررسی قرار داده‌اند.

«زمان» و «خان» تأثیر انحنای رگ و غیر نیوتنی بودن سیال بر مشخصه‌های جریان خون را، در طول رگی که دارای گرفتگی متوالی است، بررسی کردند [۳۴]. در این مطالعه برای تجزیه و تحلیل مدل ریاضی مربوطه از روش عددی تفاضل متناهی استفاده شده و جواب صریح برای معادلات حرارت و سرعت به دست آمده است. در مطالعه [۴] جریان خون با استفاده از سیال غیر نیوتنی کاریو مدل‌سازی شده است و معادلات مربوطه با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حل شده است. نویسندگان این مقاله با تغییر پارامترهای جریان سیال کاریو تفاوت بین مشخصه‌های جریان خون نیوتنی و غیر نیوتنی را مورد مقایسه قرار داده‌اند.

«مندل» جریان سیال دوبعدی مدل پاورلاو تعمیم‌یافته در طول رگ گرفته‌شده مخروطی شکل را بررسی کرد، وی جریان را ناپایدار و کاملاً گسترش یافته فرض کرد و معادلات حاکم را به روش تفاضلات متناهی حل کرد [۲۱]. «زمان» و همکاران جریان خون را به عنوان سیال غیرنیوتنی کراس در نظر گرفتند و مشخصه‌های این جریان را، در طول رگ گرفته‌شده، مورد بررسی قرار دادند [۳۵]. نویسندگان مقاله [۳۳] با فرض جریان خون به صورت سیال سیکو، با استفاده از روش‌های عددی به تجزیه و تحلیل ویژگی‌های جریان خون در طول رگ مخروطی شکل پرداختند. حقیقی و شهبازی اصل جریان پالسی خون دوبعدی را با استفاده از سیال میکروپلار در طول رگ گرفته‌شده بررسی کردند و برخی از مهم‌ترین مشخصه‌های دینامیکی جریان خون از جمله پروفیل سرعت، دبی حجمی و مقاومت در برابر جریان را به دست آوردند [۷].

خون انسان سیالی است که از سوسپانسیون سلول‌های مختلفی مانند گلبول‌های قرمز، گلبول‌های سفید، لکوسیت‌ها و پلاکت‌ها در مایعی به نام پلاسما تشکیل شده است [۱۵]. بیش‌تر حجم جریان خون را گلبول‌های قرمز تشکیل داده‌اند [۱]. این امر باعث می‌شود که خون از نظر الکتریکی هادی باشد [۲۴]. در نتیجه می‌توان خون را به عنوان سیال مغناطیسی در نظر گرفت [۳۰، ۳۱]. در حقیقت میدان مغناطیسی تمایل به کم کردن سرعت حرکت سیال دارد به همین دلیل میدان مغناطیسی در حین عمل جراحی می‌تواند برای کنترل جریان خون مورد استفاده قرار گیرد [۲۸]. نتایج به دست آمده در مطالعه [۱۲]، نشان می‌دهد که افزایش پارامترهای مگنتوهیدرودینامیک باعث کاهش پروفیل سرعت جریان خون می‌شود. در مطالعه [۱۳] نشان داده شده است که استفاده از میدان مغناطیسی متقاطع مشخصه‌های جریان خون مانند سرعت و دمای جریان خون و همچنین ضربان قلب را تغییر می‌دهد. «شاه» و همکاران یک جواب دقیق برای معادله جریان خون را به دست آوردند و تأثیر مشتق مرتبه کسری و میدان مغناطیسی بر بروی مشخصه‌های جریان خون را بررسی کردند [۲۷]. «مخیر» و «کات» جریان خون میکروپلار را در حضور میدان مغناطیسی، که از یک گرفتگی خفیف می‌گذرد، مورد مطالعه قرار دادند و درباره نحوه ساده کردن معادلات حاکم با توجه به شرایط موجود بحث کردند [۲۳].

نتایج به دست آمده از تحقیقات نشان می‌دهد که هندسه گرفتگی تأثیر به‌سزایی در مشخصه‌های جریان خون از جمله پروفیل سرعت دارد و انتخاب نوع گرفتگی و اندازه گرفتگی نقش مهمی در تعیین رفتار جریان خون در رگ دارد [۱۷]. با توجه به اهمیت مدل هندسی در تجزیه و تحلیل مشخصه‌های دینامیکی سیال، در تحقیق ارائه‌شده به منظور واقعی‌تر کردن مدل مورد مطالعه، نوع گرفتگی رگ به صورت ترکیبی از گرفتگی و آنوریسم در نظر گرفته شده است. این در حالی است که در اکثر مطالعات صورت‌گرفته در زمینه تأثیر گرفتگی بر مشخصه‌های دینامیکی جریان خون، هندسه رگ فقط شامل گرفتگی است. برای نمونه گرفتگی مفروض در مراجع یادشده در بندهای قبلی همگی فاقد آنوریسم اند. مطالعات اندکی در رابطه با بررسی تأثیر هم‌زمان گرفتگی و آنوریسم بر جریان در طول شریان‌های کوچک انجام شده است که می‌توان در این زمینه تحقیقات [۲۵، ۲۶، ۳۲] را ذکر کرد. همچنین با توجه به مخروطی شکل بودن و الاستیک بودن دیواره رگ‌های بدن، در مطالعه ارائه‌شده رگ مفروض به صورت مخروطی شکل و الاستیک در نظر گرفته شده است. در نتیجه فرض مخروطی شکل بودن رگ بدن، الاستیک بودن دیواره آن و همچنین در نظر گرفتن رگی که هم‌زمان دچار گرفتگی و آنوریسم است، از نوآوری‌های اساسی مطالعه حاضر است که این مفروضات مدل مورد بررسی را به واقعیت نزدیک‌تر کرده است.

با توجه به انگیزه‌های یادشده ساختار مقاله حاضر به صورت زیر است: بخش ۲ شامل چهار زیربخش است که به فرمول‌بندی مسئله پرداخته می‌شود. در زیربخش ۱.۲ مدل ریاضی هندسه رگ الاستیک مفروض شامل ترکیبی از گرفتگی و آنوریسم رگ ارائه شده است. در ادامه این بخش معادلات حاکم بر جریان خون غیرنیوتنی تراکم‌ناپذیر، آرام و کاملاً گسترش‌یافته ارائه شده و به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته است و همچنین این معادلات بی‌بعد شده‌اند. در زیربخش ۳.۲ مفروضات مربوط به گرفتگی و آنوریسم خفیف ارائه شده و تأثیر آن‌ها بر روی معادلات حاکم بر جریان خون غیرنیوتنی مورد بررسی قرار گرفته است. در زیربخش ۴.۲ با اعمال تبدیل مختصات مناسب، میدان فیزیکی مسئله تبدیل به میدان محاسباتی شده است. بخش ۳ مربوط به تقریب عددی سرعت جریان خون است و جزئیات مربوط به روش تفاضل متناهی به تفصیل ارائه شده است. در بخش ۴ با استفاده از شبیه‌سازی عددی مشخصه‌های دینامیکی جریان خون به صورت عددی با ارائه‌های گرافیکی مورد بررسی قرار گرفته‌اند و در مورد تأثیر عواملی چون هندسه و میدان مغناطیسی بر آن‌ها بحث شده است. در نهایت در بخش ۵ یک نتیجه‌گیری کلی ارائه شده است.

۲ فرمول‌بندی مسئله

۱.۲ هندسه رگ

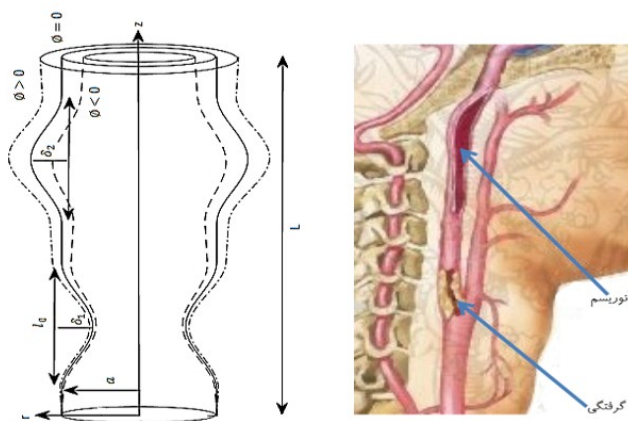
به منظور مدل‌سازی هندسه رگ گرفته‌شده مفروضات زیر در نظر گرفته شده‌اند: جریان خون دوبعدی به صورت تراکم‌ناپذیر که در مسیری مستقیم در طول رگ متقارن محور به طول L که شامل گرفتگی و آنوریسم است، در نظر گرفته شده است. معادله مربوط به مدل رگ طوری در نظر گرفته می‌شود که با انتخاب مقادیر مثبت، منفی و یا صفر برای پارامتر کنترل انحراف، رگ مورد نظر می‌تواند به ترتیب به صورت مخروطی شکل منبسط‌شونده، مخروطی شکل منقبض‌شونده و یا غیرمخروطی تبدیل می‌شود. سیستم مختصات استوانه‌ای با مولفه‌های (r, θ, z) به ترتیب شعاع، زاویه و مختصات طولی نقطه در راستای محور رگ را نشان می‌دهد. با توجه به مفروضات یادشده، معادله بی‌بعد هندسه گرفتگی در طول رگ مورد نظر به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۹]:

$$R(z, t) = \begin{cases} a_1(t)(1 + \varepsilon z) \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta} + \frac{\delta}{\delta} \cos 2\pi(z - \delta_i - \frac{1}{\delta}) \right) \right], & \delta \leq z \leq \delta + 1, \\ a_1(t)(1 + \varepsilon z), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (1.2)$$

تابع $a_1(t)$ در معادله (۱.۲) نشان‌گر وابسته بودن هندسه نسبت به زمان است که مقدار آن برای رگ بدن از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۰]:

$$a_1(t) = 1 + k_r \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.2)$$

در این تابع φ زاویه فاز، k_r پارامتر نوسان و مقدار فرکانس زاویه‌ای ω از رابطه $\omega = 2\pi f_p$ محاسبه می‌شود. در معادله (۱.۲) $R(z, t)$ شعاع رگ گرفته‌شده، a شعاع رگ در ناحیه خارج از گرفتگی، l طول گرفتگی و d طول ناحیه بالادست می‌باشد. اگر δ_i مقدار مثبتی مانند $\delta_1 = \delta$ داشته باشد، گرفتگی رخ می‌دهد و اگر مقدار منفی مانند $\delta_2 = \delta$ داشته باشد، آنوریسم اتفاق می‌افتد. شکل (۱) جزئیات هندسه مفروض را به طور شماتیک نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، در هندسه ارائه‌شده رگ به صورت مخروطی شکل در نظر گرفته شده است و $\varepsilon = \tan(\phi)$ پارامتر کنترل انحراف قطر رگ است. به این معنی که مقدار $\phi > 0$ موجب تولید رگ مخروطی منبسط‌شونده، $\phi > 0$ موجب تولید رگ مخروطی منقبض‌شونده و $\phi = 0$ موجب تولید رگ غیرمخروطی می‌شود.



شکل ۱: هندسه رگ مخروطی شکل که هم‌زمان دچار گرفتگی و آنوریسم است

۲.۲ معادلات حاکم بر جریان خون غیرنیوتنی در حضور میدان مغناطیس

در مطالعه حاضر جریان خون به صورت تراکم‌ناپذیر، دوبعدی، کاملاً گسترش‌یافته و ناپایا در رگ گرفته‌شده‌ی مخروطی با طول L در نظر گرفته می‌شود. میدان مغناطیسی از یک نیروی عمود بر محور رگ برای جریان خون به وجود می‌آید. با توجه به این که خون دارای رسانایی الکتریکی بسیار کمی است، نیروی مغناطیسی القایی از میدان مغناطیسی اعمال‌شده بسیار کم است، به این خاطر از آنالیز میدان مغناطیسی القایی می‌توان صرف‌نظر کرد. میدان سرعت را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$V = [u(r, z, t), 0, w(r, z, t)],$$

در معادله بالا u و w به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در امتداد شعاعی و محوری است، که در دستگاه مختصات استوانه‌ای (r, θ, z) تعریف شده است. معادلات حاکم بر سیال متقارن محور کراس در طول رگ گرفته شده به صورت زیر است [۳۵، ۳۶]. معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{u}{r} = 0. \quad (3.2)$$

معادله مومنتوم در راستای شعاعی:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S^{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} (S^{rz}) \right). \quad (4.2)$$

معادله مومنتوم در راستای محوری:

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S^{rz}) + \frac{\partial}{\partial z} (S^{zz}) \right) - \sigma(B_0)^2 w. \quad (5.2)$$

در معادلات بالا ρ چگالی سیال، σ رسانایی الکتریکی، B_0 میدان مغناطیسی خارجی، S^{ij} تانسور تنش برشی مربوط به گرادیان سرعت است که قانون تشکیل دهنده‌ی مدل رئولوژی کراس به صورت زیر است:

$$S^{ij} = \left(\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) \left[1 + (\Gamma^2 \Pi^2)^{\frac{n-1}{r}} \right]^{-1} \right) A^{ij}. \quad (6.2)$$

که در آن μ_0 و μ_∞ به ترتیب ویسکوزیته‌ی سرعت برشی صفر و بی‌نهایت است. Γ پارامتر ثابتی است که وابسته به زمان است، n شاخص پاورلاو، پارامترهای Π و A^{ij} به ترتیب اولین مؤلفه‌ی ریولین-اریکسون و دومین مؤلفه‌ی تانسور ریولین-اریکسون است که مقادیر آن‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A^{ij} = V_{ij} + V_{ji}, \quad \Pi = \sqrt{\frac{1}{r} (A^{pk} A^{kp})}.$$

مؤلفه‌ی تانسور تنش به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$S^{rr} = r (\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) S^{-1}) \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad (7.2)$$

$$S^{zz} = r (\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) S^{-1}) \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (8.2)$$

$$S^{rz} = (\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) S^{-1}) \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right). \quad (9.2)$$

در معادلات بالا داریم:

$$S = 1 + \left(\Gamma^2 \left| \left[r \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + r \left(\frac{u}{r} \right)^2 + r \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \right] \right|^{\frac{n-1}{r}} \right). \quad (10.2)$$

برای بی‌بعد سازی معادلات (۳.۲)–(۱۷.۲) از پارامترهای زیر استفاده می‌کنیم:

$$r^* = \frac{r}{a}, \quad w^* = \frac{w}{U_0}, \quad u^* = \frac{l_0 u}{\delta^* U_0}, \quad t^* = \frac{\omega_p t}{r \pi}, \quad z^* = \frac{z}{l_0}, \quad R^* = \frac{R}{a}, \quad S^{rz*} = \frac{a}{U_0 \mu_0} S^{rz},$$

$$S^{rr*} = \frac{l_0}{U_0 \mu_0} S^{rr}, \quad S^{zz*} = \frac{l_0}{U_0 \mu_0} S^{zz}, \quad m = \frac{\mu_\infty}{\mu_0}.$$

پارامتر U_0 در روابط بالا نشان دهنده سرعت متوسط جریان خون است. بعد از بی‌بعد سازی معادلات به فرم زیر تبدیل می‌شود.

$$\delta \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (11.2)$$

$$\text{Re} \delta \varepsilon^2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \varepsilon \text{Re} \left(\delta u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \varepsilon^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S^{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} (S^{rz}) \right), \quad (12.2)$$

$$\text{Re} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) + \text{Re} \left(\delta \varepsilon u \frac{\partial w}{\partial r} + \varepsilon^2 w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r S^{rz}) + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial z} (S^{zz}) - h^2 w \right). \quad (13.2)$$

در معادلات بالا داریم:

$$S^{rr} = (m + (1 - m) S^{-1}) \left(\varepsilon \delta \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad (14.2)$$

$$S^{zz} = (m + (1 - m) S^{-1}) \left(\varepsilon \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (15.2)$$

$$S^{rz} = (m + (1 - m) S^{-1}) \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \delta \frac{\partial u}{\partial z} \right). \quad (16.2)$$

$$S = 1 + \left(\text{We}^2 \left[\left[\varepsilon \delta \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \varepsilon^2 \left(\frac{u}{r} \right)^2 + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\delta \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \right] \right] \right)^{\frac{n-1}{2}}. \quad (17.2)$$

در روابط بالا $\text{Re} = \frac{\rho U_0 a}{\mu_0}$ عدد رینولدز، $\text{We} = \frac{\Gamma U_0}{a}$ عدد ویسبرگ، $h = B_0 a \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_0 U_0}}$ عدد هارتمن و $\frac{\partial p}{\partial z}$ گرادیان فشار پالسی بدن است که مقدار آن برای بدن انسان به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۶]:

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = A_0 + A_1 \cos(\omega_p t). \quad (18.2)$$

که در آن A_0 گرادیان فشار پالسی و A_1 دامنه پالسی که در فشار سیستول و دیاستول ظاهر می‌شود. با استفاده از پارامترهای $c_1 = \frac{a \omega_p}{U_0}$ و $B_1 = \frac{A_1}{A_0}$ فرم بی‌بعد گرادیان فشار به صورت زیر می‌باشد:

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = B_1 (1 + e \cos(c_1 t)). \quad (19.2)$$

۳.۲ اعمال شرط گرفتگی و آنوریسم خفیف رگ بر معادلات حاکم بر جریان

به منظور ساده سازی معادلات حاکم بر جریان خون، میزان گرفتگی و آنوریسم در مقاله حاضر خفیف فرض شده است. بنابراین فرض می‌کنیم $\delta = \frac{d_i}{a} \ll 1$. همچنین فرض شده است $\varepsilon = \frac{a}{l_0} \approx O(1)$. این به آن معنا است که نسبت قطر رگ در ناحیه خارج از گرفتگی به طول ناحیه گرفته شده و آنوریسم از مرتبه‌ای به بزرگی یک است. [۹، ۱۲، ۳۵]. بعد از اعمال مفروضات فوق، معادلات حاکم بر جریان به صورت زیر ساده سازی می‌شود:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad -\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (20.2)$$

$$\operatorname{Re} \left[\frac{\partial w}{\partial t} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(m + (\nu - m) \left(\nu + \left(\operatorname{We}^{\nu} \left| \frac{\partial w}{\partial r} \right|^{\nu} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right)^{-1} \right) \frac{\partial w}{\partial r} \right] - h^{\nu} w. \quad (21.2)$$

شرایط مرزی و اولیه به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۲۲]:
شرایط مرزی در محور رگ ($r = 0$):

$$\frac{\partial w(r, z, t)}{\partial r} = 0. \quad (22.2)$$

شرایط مرزی در دیواره رگ ($r = R(z, t)$):

$$w(r, z, t) = 0. \quad (23.2)$$

شرط اولیه در غیاب میدان مغناطیسی ($h = 0$):

$$w(r, z, 0) = 2U_0 \left(\nu - \frac{r^{\nu}}{R^{\nu}} \right). \quad (24.2)$$

شرط اولیه در حضور میدان مغناطیسی ($h \neq 0$):

$$w(r, z, 0) = 2U_0 \left(\frac{I_0(hR)}{I_0(hR) - \nu} \right) \left(\nu - \frac{r}{R} \right). \quad (25.2)$$

که در آن I_0 تابع بسل است.

۴.۲ تبدیل مختصات شعاعی

به منظور بی حرکت ساختن دیواره رگ الاستیک و تبدیل رگ الاستیک به رگ غیر الاستیک، نگاشت $x = \frac{r}{R(z, t)}$ را روی معادلات حاکم بر جریان و شرایط اولیه و مرزی اعمال می کنیم [۸]. در نتیجه اعمال این تبدیل مختصات، شبکه مش بندی به یک شبکه ی مستطیل و صلب تبدیل می شود تا بتوان شبکه تولید شده را روی سطح رگ اعمال کرد. نتیجه اعمال این تبدیل مختصات روی معادله (۲۱.۲) و شرایط اولیه و شرایط مرزی (۲۲.۲) - (۲۵.۲) به صورت زیر است:

$$\operatorname{Re} \left[\frac{\partial w}{\partial t} \right] = B \nu (\nu + e \cos(c_1 t)) + \frac{\nu}{x R^{\nu}} \frac{\partial}{\partial x} \left[x \left(m + (\nu - m) \left(\nu + \left(\frac{\operatorname{We}}{R} \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right| \right)^{\nu} \right)^{-1} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \right] - h^{\nu} w. \quad (26.2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad w|_{x=1} = 0, \quad (27.2)$$

$$\text{if } h = 0 \Rightarrow w|_{t=0} = 2U_0 (\nu - x^{\nu}), \quad (28.2)$$

$$\text{if } h \neq 0 \Rightarrow w|_{t=0} = 2U_0 \left(\frac{I_0(hR)}{I_0(hR) - \nu} \right) (\nu - x). \quad (29.2)$$

۳ حل عددی معادلات حاکم بر جریان

برای محاسبه‌ی پروفیل سرعت محوری از روش تفاضل متناهی استفاده می‌شود. روش تفاضل متناهی یکی از روش‌های عددی برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل است. در این روش مشتق توابع با تفاضلات آن‌ها تقریب زده می‌شود. در مطالعه حاضر از روش گسسته‌سازی تفاضلات متناهی صریح برای الگوریتم عددی استفاده شده است. جهت نیل به این هدف، برای به‌دست آوردن سرعت محوری مشتق‌های مکانی با فرمول تفاضل مرکزی و مشتق زمانی با فرمول تفاضل پیش‌رو به‌صورت زیر تقریب زده می‌شوند:

$$\begin{aligned}\frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{w_{i+1}^k - w_{i-1}^k}{2\Delta x}, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \frac{w_{i+1}^k - 2w_i^k + w_{i-1}^k}{(\Delta x)^2}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{w_i^{k+1} - w_i^k}{\Delta t}.\end{aligned}\quad (1.3)$$

با اعمال روابط (۱.۳) بر معادله (۲۶.۲)، رابطه صریح برای محاسبه سرعت محوری جریان خون به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}\text{Re} \frac{w_i^{k+1} - w_i^k}{\Delta t} &= B_1 (1 + e \cos(c_1 t_k)) - h^2 w_i^k \\ &+ \frac{1}{xR^2} \left(\frac{w_{i+1}^k - w_{i-1}^k}{2\Delta x} \right) \left(m + (1 - m) \left(1 + \left(\frac{\text{We}}{R} \left| \frac{w_{i+1}^k - w_{i-1}^k}{2\Delta x} \right| \right)^{n-1} \right)^{-1} \right) \\ &+ \frac{(1 - m)}{R^2} \left(\frac{w_{i+1}^k - w_{i-1}^k}{2\Delta x} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(1 + \left(\frac{\text{We}}{R} \left| \frac{w_{i+1}^k - w_{i-1}^k}{2\Delta x} \right| \right)^{n-1} \right)^{-1} \\ &+ \frac{m}{R^2} + \frac{(1 - m)}{R^2} \left(1 + \left(\frac{\text{We}}{R} \left| \frac{w_{i+1}^k - w_{i-1}^k}{2\Delta x} \right| \right)^{n-1} \right)^{-1} \left(\frac{w_{i+1}^k - 2w_i^k + w_{i-1}^k}{(\Delta x)^2} \right).\end{aligned}\quad (2.3)$$

شرایط اولیه و مرزی (۲۷.۲) - (۲۹.۲) به‌صورت زیر گسسته‌سازی می‌شود:

$$w_1^k = w_0^k, \quad w_N^k = w_{N+1}^k, \quad (3.3)$$

$$\text{if } h = 0 \Rightarrow w_i^1 = 2U_0 (1 - x_i^2), \quad (4.3)$$

$$\text{if } h \neq 0 \Rightarrow w_i^1 = 2U_0 \left(\frac{I_0(hR)}{I_0(hR) - 1} \right) (1 - x_i). \quad (5.3)$$

در روابط بالا از تعریف‌های زیر برای گسسته‌سازی استفاده شده است:

$$\begin{aligned}x_i &= (i - 1) \Delta x, \quad i = 1, 2, \dots, N + 1, \\ z_j &= (j - 1) \Delta z, \quad j = 1, 2, \dots, M + 1, \\ t_k &= (k - 1) \Delta t, \quad k = 1, 2, \dots\end{aligned}$$

که Δx طول گام مکانی، Δz طول گام محوری و Δt طول گام زمانی است. پس از محاسبه پروفیل سرعت محوری، مقادیر دبی حجمی و مقاومت در برابر جریان از روابط زیر به‌دست می‌آید:

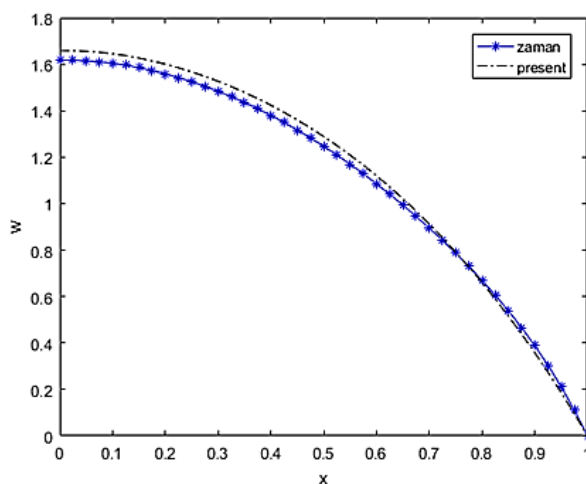
$$Q = R^2 \int_0^1 w x dx, \quad \Lambda = \frac{|L(\partial p / \partial z)|}{Q}. \quad (6.3)$$

۴ بحث‌ها و نتایج عددی

شبیه‌سازی عددی ارائه شده در نرم‌افزار MATLAB با استفاده از پارامترهای زیر صورت گرفته شده است [۱۴، ۳۷]:

$$a = 1, n = 0.7, \rho = 1/0.6, A_0 = 1, A_1 = 0.2A_0, \Delta z = 0.01, \Delta x = 0.025, \Delta t = 0.0001, k_r = 0.05, \varphi = 0, m = 0.0616, e = 0.2, f_p = 0.2, \delta = 0.1, We = 0.5.$$

به منظور اعتبار سنجی نتایج به دست آمده، سرعت محوری برای جریان خون در رگ گرفته شده در مطالعه صورت گرفته توسط «زمان» و همکاران [۳۷] در شکل (۲) با سرعت محوری مطالعه حاضر در نقطه‌ای که رگ بیشترین گرفتگی را دارد، با فرض مقدار گرفتگی $\delta = 0.1$ ، مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج به دست آمده توافق قابل قبول و خوبی با هم دارند.



شکل ۲: مقایسه سرعت محوری بی بعد به دست آمده با نتایج [۳۷]

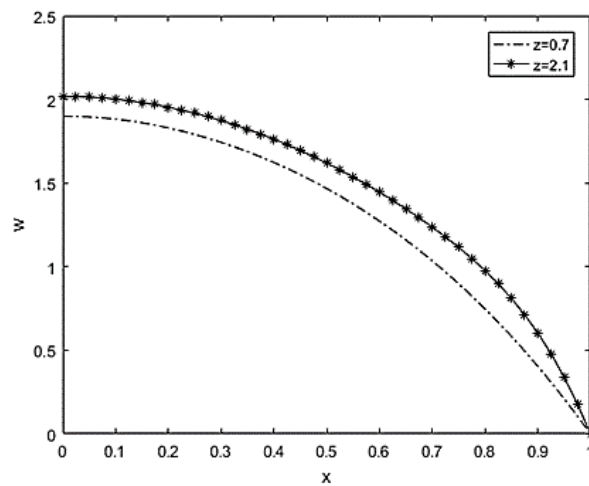
در شکل (۳) با فرض $h = 1$ و در زمان $t = 3$ مقدار سرعت محوری در نقطه $z = 0.7$ که در آن رگ بیشترین میزان گرفتگی را دارد با مقدار سرعت محوری در نقطه $z = 0.1$ که در آن رگ بیشترین میزان آنوریسم را دارد، مورد مقایسه قرار گرفته است. با توجه به شکل سرعت محوری در نقطه‌ای که در آن رگ بیشترین میزان گرفتگی را دارد کمتر از سرعت محوری در نقطه‌ای است که در آن رگ بیشترین میزان آنوریسم را دارد. با توجه به این که قطر رگ در ناحیه آنوریسم بیش تر از قطر رگ در ناحیه گرفتگی است این نتیجه قابل انتظار بود. این نتیجه در حالی است که سرعت جریان خون در دیواره رگ ($x = 1$) در هر دو حالت به دلیل شرط عدم لغزش برابر صفر است.

جهت بررسی تاثیر میدان مغناطیسی بر سرعت محوری جریان خون در شکل (۴) تغییرات سرعت محوری برای مقادیر مختلف عدد هارتمن h در نقطه‌ای که رگ بیشترین گرفتگی را دارد برای زمان $t = 3$ و مقدار گرفتگی $\delta = 0.1$ ارائه شده است. با توجه به شکل با افزایش عدد هارتمن سرعت محوری کاهش می‌یابد، که این ناشی از اثر متقابل میدان مغناطیسی با جریان خون است و همچنین یک نیروی مقاومتی شناخته شده به نام نیروی لورنتس مطرح می‌شود که تمایل به کاهش سرعت حرکت خون دارد. این نتیجه را می‌توان با یافته‌های پژوهش‌های [۱۲، ۲۸] هم‌سو دانست که تاکید شده است «افزایش پارامترهای مغناطیس و مگنتوهیدرودینامیک باعث کاهش پروفیل سرعت جریان خون می‌شود».

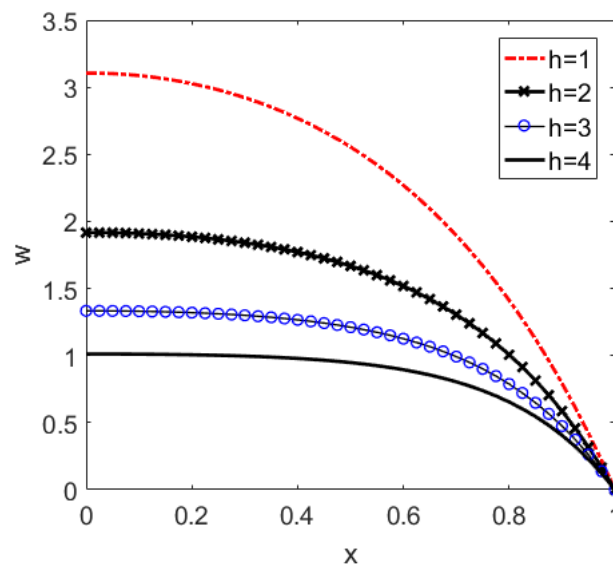
شکل (۵) نشان دهنده مقدار دبی حجمی در نقطه $z = 0.7$ (که در آن رگ بیشترین میزان گرفتگی را دارد) در طول زمان به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن می‌باشد. با توجه به شکل با افزایش عدد هارتمن مقدار دبی حجمی کاهش می‌یابد. بنابراین نتیجه می‌گیریم که اعمال میدان مغناطیسی بر روی رگ مفروض می‌تواند حجم جریان خون را کنترل کند. این نتیجه با یافته‌های پژوهش [۱۲، ۲۸] هم‌سو می‌باشد. همچنین ماهیت پالسی بودن جریان خون در طول زمان در این شکل قابل مشاهده است.

در شکل (۶) دبی حجمی به صورت سه بعدی در طول رگ در بازه زمانی $[0, 3]$ ، مقدار گرفتگی $\delta = 0.1$ و برای $h = 1$ به دست آمده است. با توجه به شکل (۶) دبی حجمی با افزایش زمان افزایش پیدا کرده است. همچنین از این شکل ماهیت پالسی بودن جریان خون مشخص است که با گذشت زمان به دلیل سیستول و دیاستول قلبی میزان دبی حجمی در حال تغییر است.

به منظور بررسی تاثیر میدان مغناطیسی بر روی مقاومت در برابر جریان، در شکل (۷) رفتار مقاومت در برابر جریان برای مقادیر مختلف عدد هارتمن مورد مقایسه قرار گرفته است. در این شکل نمودار مقاومت در برابر جریان در طول زمان برای مقدار گرفتگی $\delta = 0.1$ در نقطه بحرانی $z = 0.7$ ارائه شده است. با توجه به شکل با افزایش عدد هارتمن مقدار مقاومت در برابر جریان افزایش می‌یابد. با توجه به



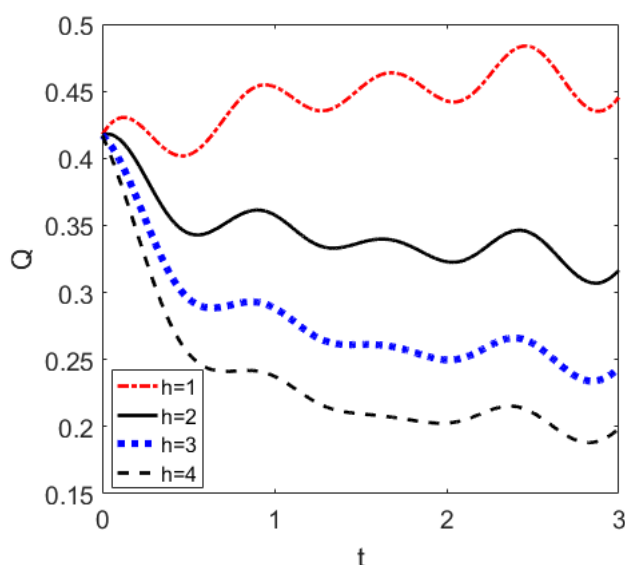
شکل ۳: سرعت محوری در نقطه گرفتگی و آنوریسم



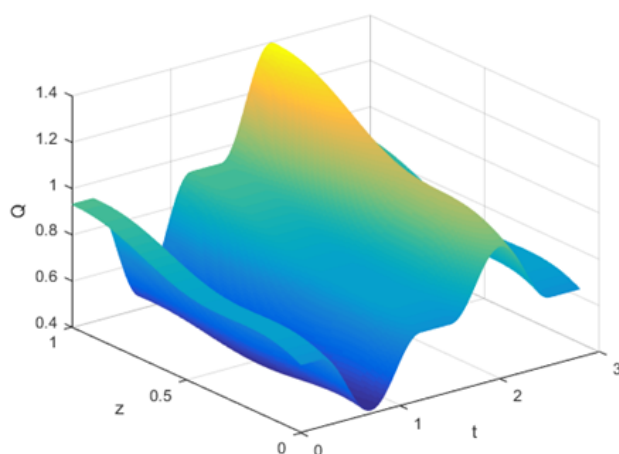
شکل ۴: تغییرات سرعت محوری برای مقادیر مختلف عدد هارتمن

رابطه (۶.۳) مقدار دبی حجمی و مقاومت در برابر جریان رابطه عکس دارند، بنابراین با توجه به نتیجه به دست آمده در شکل (۵) انتظار به دست آمدن این نتیجه را داشتیم.

شکل (۸) نشان دهنده مقاومت در برابر جریان به صورت سه بعدی در طول رگ برای بازه زمانی $[0, 3]$ و مقدار گرفتگی $1/0 = \delta$ و برای $h = 1$ می باشد. با توجه به شکل (۸) مقاومت در برابر جریان با افزایش زمان کاهش پیدا کرده است. نتیجه به دست آمده در این شکل در مقابل نتیجه به دست آمده از شکل (۶) است که با توجه به رابطه معکوس بین دبی حجمی و مقاومت در برابر جریان قابل انتظار بود.



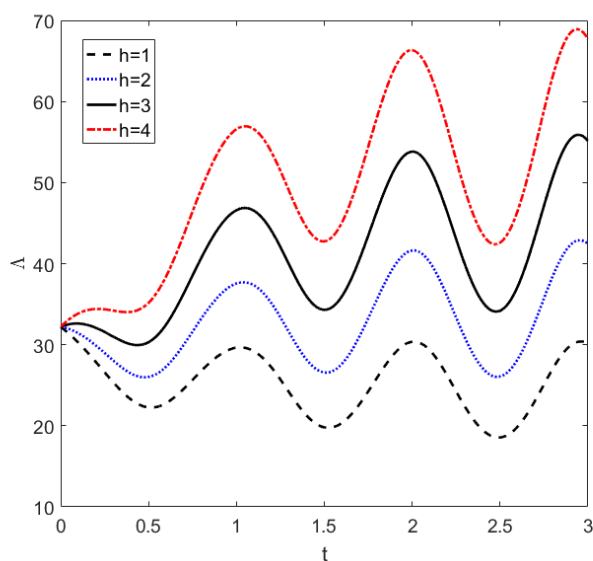
شکل ۵: دبی حجمی برای مقادیر مختلف عدد هارتمن



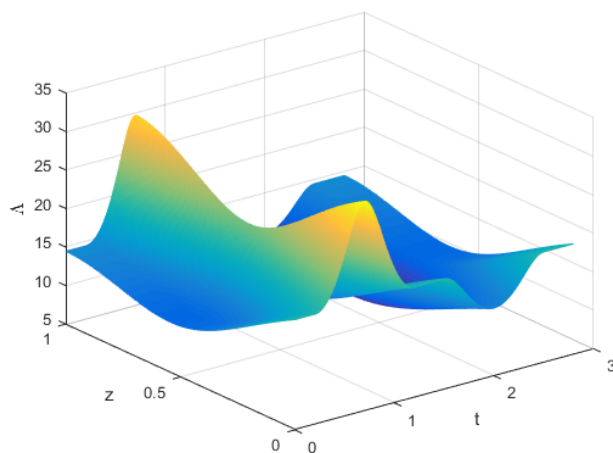
شکل ۶: دبی حجمی سه بعدی

۵ نتیجه گیری

در مطالعه حاضر جریان خون مغناطیسی در طول رگ مخروطی با ترکیبی از گرفتگی و آنوریسم مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور ارائه یک مدل ریاضی، جریان خون به صورت غیرنیوتنی، دوبعدی، تراکم ناپذیر، کاملاً گسترش یافته و متقارن محور در نظر گرفته شده است. جهت شبیه سازی شرایط واقعی، رگ مورد نظر به صورت الاستیک و در نتیجه هندسه مربوطه به صورت وابسته به زمان در نظر گرفته شده است. با اعمال فرض گرفتگی و آنوریسم خفیف، معادلات حاکم بر جریان خون ساده سازی شده اند. سپس با اعمال یک نگاهت مناسب بر معادلات شرایط اولیه و شرایط مرزی حاکم، میدان محاسباتی تبدیل به یک مستطیل شده است تا بتوان از روش تفاضلات متناهی برای حل معادلات استفاده کرد. در نهایت با اعمال فرمول های تفاضلی مناسب یک روش صریح برای محاسبه سرعت جریان به دست آمده است. نتایج برای مشخصات جریان خون در رگ مورد نظر مانند سرعت محوری، دبی حجمی و مقاومت در برابر جریان به صورت گرافیکی ارائه شده و در مورد پارامترهای مربوط به جریان سیال و میدان مغناطیسی بحث شده است. مهم ترین نتایج به دست آمده این است که سرعت محوری در نقطه حداکثر گرفتگی کم تر از سرعت در نقطه حداکثر آنوریسم است. مقاومت در برابر جریان با افزایش میدان مغناطیسی، افزایش می یابد، ولی سرعت محوری و دبی حجمی سیال مورد نظر کاهش می یابد.



شکل ۷: مقاومت در برابر جریان برای مقادیر مختلف عدد هارتمن



شکل ۸: مقاومت در برابر جریان سه‌بعدی

فهرست منابع

- [1] Antiga, L. and D.A. Steinman, *Rethinking turbulence in blood*, *Biorheology*, **46**(2) (2009) 77–81.
- [2] Chakravarty, S. and P.K. Mandal, *Two-dimensional blood flow through tapered arteries under stenotic conditions*, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **35**(5) (2000) 779–793.
- [3] Chen, P., van Sloun, R.J., Turco, S., Wijkstra, H., Filomena, D., Agati, L., Houthuizen, P. and Mischi, M., *Blood flow patterns estimation in the left ventricle with low-rate 2D and 3D dynamic contrast-enhanced ultrasound*, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, **198** (2021) 105810.
- [4] Dutra, R.F., Zinani, F.S.F., Rocha, L.A.O. and Biserni, C., *Effect of non-Newtonian*

- fluid rheology on an arterial bypass graft: A numerical investigation guided by constructal design*, Computer Methods and Programs in Biomedicine, **201** (2021) 105944.
- [5] Foong, L.K., Zarringhalam, M., Toghraie, D., Izadpanahi, N., Yan, S.R. and Rostami, S., *Numerical study for blood rheology inside an artery: The effects of stenosis and radius on the flow behavior*, Computer methods and programs in biomedicine, **193** (2020) 105457.
- [6] Haghghi, A., N. Aliashrafi, and M. Kiyasatfar, *Mathematical Modeling of Micropolar Blood Flow in a Stenosed Artery Under the Body Acceleration and Magnetic Field*, International Journal of Industrial Mathematics, **11**(1) (2019) 1–10.
- [7] Haghghi, A.R., and M.S. Asl, *A Mathematical modeling of a two layered blood flow through constricted vesselsof*. *Journal of Advanced Mathematical Modeling*, **3**(1) (2013) 79–99.
- [8] Haghghi, A.R. and N. Aliashrafi, *A mathematical modeling of pulsatile blood flow through a stenosed artery under effect of a magnetic field*, Journal of Mathematical Modeling, **6**(2) (2018) 149–164.
- [9] Haghghi, A.R. and N. Pirhadi, *A numerical study of heat transfer and flow characteristics of pulsatile blood flow in a tapered artery with a combination of stenosis and aneurysm*, International Journal of Heat and Technology, **37**(1) (2019) 11–21.
- [10] Haghghi, A.R., N. Aliashrafi, and M.S. Asl, *An implicit approach to the micropolar fluid model of blood flow under the effect of body acceleration*, Mathematical Sciences, **14**(3) (2020) 269–277.
- [11] Hasan, M., B.P. Patel, and S. Pradyumna, *Influence of cross-sectional velocity profile on flow characteristics of arterial wall modeled as elastic and viscoelastic material*, International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, **37** (2021) e3454.
- [12] Hatami, M., J. Hatami, and D.D. Ganji, *Computer simulation of MHD blood conveying gold nanoparticles as a third grade non-Newtonian nanofluid in a hollow porous vessel*, Computer methods and programs in biomedicine, **113**(2) (2014) 632–641.
- [13] Ichioka, S., Minegishi, M., Iwasaka, M., Shibata, M., Nakatsuka, T., Harii, K., Kamiya, A. and Ueno, S., *High-intensity static magnetic fields modulate skin microcirculation and temperature in vivo*, Bioelectromagnetics: Journal of the Bioelectromagnetics Society, The Society for Physical Regulation in Biology and Medicine, The European Bioelectromagnetics Association, **21**(3) (2000) 183–188.
- [14] Ikbāl, M.A., Chakravarty, S., Wong, K.K., Mazumdar, J. and Mandal, P.K., *Unsteady response of non-Newtonian blood flow through a stenosed artery in magnetic field*, Journal of Computational and Applied Mathematics, **230**(1) (2009) 243–259.
- [15] Jafari, A., Zamankhan, P., Mousavi, S.M. and Kolari, P., *Numerical investigation of blood flow. Part II: In capillaries*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, **14**(4) (2009) 1396–1402.

- [16] Jamil, D.F., Saleem, S., Roslan, R., Al-Mubaddel, F.S., Rahimi-Gorji, M., Is-sakhov, A. and Din, S.U., *Analysis of non-Newtonian Magnetic Casson Blood Flow in an Inclined Stenosed Artery using Caputo-Fabrizio Fractional Derivatives*, Computer Methods and Programs in Biomedicine, **203** (2021) 106044.
- [17] Kamangar, S., Badruddin, I.A., Ahamad, N.A., Govindaraju, K., Nik-Ghazali, N., Ahmed, N.J., Badarudin, A. and Khan, T.M. *The influence of geometrical shapes of stenosis on the blood flow in stenosed artery*, Sains Malaysiana, **46**(10) (2017) 1923–1933.
- [18] Long, Q., Xu, X.Y., Ramnarine, K.V. and Hoskins, P., *Numerical investigation of physiologically realistic pulsatile flow through arterial stenosis*, Journal of Biomechanics, **34**(10) (2001) 1229–1242.
- [19] Lopes, D., Puga, H., Teixeira, J. and Lima, R., *Blood flow simulations in patient-specific geometries of the carotid artery: A systematic review*, Journal of Biomechanics, **111** (2020) 110019.
- [20] Maiti, S., S. Shaw, and G. Shit, *Fractional order model for thermochemical flow of blood with Dufour and Soret effects under magnetic and vibration environment*, Colloids and Surfaces B: Biointerfaces, **197** (2021) 111395.
- [21] Mandal, P.K., *An unsteady analysis of non-Newtonian blood flow through tapered arteries with a stenosis*, International Journal of Non-Linear Mechanics, **40**(1) (2005) 151–164.
- [22] Mehmood, O.U., N. Mustapha, and S. Shafie, *Unsteady two-dimensional blood flow in porous artery with multi-irregular stenoses*, Transport in porous media, **92**(2) (2012) 259–275.
- [23] Mekheimer, K.S. and M. El Kot, *Influence of magnetic field and Hall currents on blood flow through a stenotic artery*, Applied Mathematics and Mechanics, **29**(8) (2008) 1093.
- [24] Mojarab, A. and R. Kamali, *Design, optimization and numerical simulation of a MicroFlow sensor in the realistic model of human aorta*, Flow Measurement and Instrumentation, **74** (2020) 101791.
- [25] Pincombe, B. and J. Mazumdar, *The effects of post-stenotic dilatations on the flow of a blood analogue through stenosed coronary arteries*, Mathematical and Computer Modelling, **25**(6) (1997) 57–70.
- [26] Pincombe, B., J. Mazumdar, and I. Hamilton-Craig, *Effects of multiple stenoses and post-stenotic dilatation on non-Newtonian blood flow in small arteries*, Medical & biological engineering & computing, **37**(5) (1999) 595–599.
- [27] Shah, N.A., D. Vieru, and C. Fetecau, *Effects of the fractional order and magnetic field on the blood flow in cylindrical domains*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, **409** (2016) 10–19.
- [28] Shit, G. and M. Roy, *Pulsatile flow and heat transfer of a magneto-micropolar fluid through a stenosed artery under the influence of body acceleration*, Journal of Mechanics in Medicine and Biology, **11**(03) (2011) 643–661.

- [29] Sun, P., S. Bozkurt, and E. Sorguven, *Computational analyses of aortic blood flow under varying speed CF-LVAD support*, Computers in Biology and Medicine, **127** (2020) 104058.
- [30] Tzirtzilakis, E., *A mathematical model for blood flow in magnetic field*, Physics of fluids, **17**(7) (2005) 077103.
- [31] Varshney, G., V. Katiyar, and S. Kumar, *Effect of magnetic field on the blood flow in artery having multiple stenosis: a numerical study*, International Journal of Engineering, Science and Technology, **2**(2) (2010) 967–82.
- [32] Wong, K.K.L., Tu, J., Mazumdar, J. and Abbott, D., *Modelling of blood flow resistance for an atherosclerotic artery with multiple stenoses and poststenotic dilatations*, ANZIAM Journal, **51** (2009) 66–82.
- [33] Yan, S.R., Zarringhalam, M., Toghraie, D., Foong, L.K. and Talebizadehsardari, P., *Numerical investigation of non-Newtonian blood flow within an artery with cone shape of stenosis in various stenosis angles*, Computer methods and programs in biomedicine, **192** (2020) 105434.
- [34] Zaman, A. and A.A. Khan, *Time dependent non-Newtonian nano-fluid (blood) flow in w-shape stenosed channel; with curvature effects*, Mathematics and Computers in Simulation, **181** (2021) 82–97.
- [35] Zaman, A., Ali, N., Bég, O.A. and Sajid, M., *Heat and mass transfer to blood flowing through a tapered overlapping stenosed artery*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **95** (2016) 1084–1095.
- [36] Zaman, A., N. Ali, and M. Sajid, *Numerical simulation of pulsatile flow of blood in a porous-saturated overlapping stenosed artery*, Mathematics and Computers in simulation, **134** (2017) 1–16.
- [37] Zaman, A., N. Ali, and O.A. Beg, *Numerical simulation of unsteady micropolar hemodynamics in a tapered catheterized artery with a combination of stenosis and aneurysm*, Medical & biological engineering & computing, **54**(9) (2016) 1423–1436.



Study of magnetic blood flow through a curved vessel with a stenosis and aneurysm: An explicit finite difference approach

Ahmad Reza Haghghi^{1 †}, Mohammad Shahbazi Asl¹, Nasim Asghary²

⁽¹⁾ Department of Mathematics, Faculty of Basic Science, Shahid Shamsipour Technical College, Technical and Vocational University, Tehran, Iran

⁽²⁾ Department of Mathematics, Faculty of Basic Science, Central branch of Islamic Azad University, Tehran, Iran

Communicated by: Ali Reza Fakharzadeh Jahromi

Received: 2021/6/12

Accepted: 2021/11/30

Abstract: We carried out an analysis to investigate the effect of magnetic field on the pulsatile blood flow characteristics in a tapered artery. The main reason for considering the magnetic field in the presented model is that the blood flow conducts electricity and it is experimentally proved that the streaming of the blood flow can be affected significantly in the presence of the magnetic field. To simulate the realistic conditions of the human body, the artery wall has been assumed to be tapered and elastic with a combination of stenosis and aneurysm. The considered non-Newtonian model is characterized by the Cross fluid to describe the rheology of the blood flow. The governing PDE is solved numerically by utilizing the finite difference method. The effects of distinct parameters including aneurysm, stenosis, pulsatile nature of the blood flow and magnetic field on the blood flow velocity, volumetric flow rate and resistance impedance are presented by their representation graphs.

Keywords: Pulsatile blood flow, Aneurysms, Stenosis, Finite difference method, Non-Newtonian fluid.



©2021 Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

[†]Corresponding author.

E-mail addresses: ah.haghghi@gmail.com (A.R Haghghi), mshahbazia@yahoo.com, (M. Shahbazi Asl), nasim.asghary@gmail.com (N. Asghary).