مجله مدل‌سازی پیشرفته ریاضی
سال xxxx، دوره xx، شماره xx، ص xx–xx

شاپا چاپی: ۲۲۵۱-۸۰۸۸
DOI: xxxx

مشخصه‌سازی فضاهای برگمن وزن‌دار روی گوی واحد باز

مصطفی حسنلو [۱] × ابراهیم عباسی [۲]

[۱] دانشکده فنی و مهندسی خوی، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران
[۲] دانشکده ریاضی، دانشگاه آزاد مهاباد، مهاباد، ایران

تاریخ دریافت: xxx تاریخ پذیرش: xxx
دبیر مسئول: . . . . . .

چکیده: در این مقاله، فضاهای برگمن وزن‌دار روی گوی واحد باز در فضای $\mathbb{C}^n$ را مشخصه‌سازی خواهیم کرد. در واقع شرایطی را بدست می‌آوریم که تحت آن، شرایط تابع عضو فضاهای برگمن می‌شود. این مشخصه‌سازی بر حسب انتگرال دوگانه توابع $|f(z)-f(w)|/|z-w|$ و $|f(z)-f(w)|/|1-\langle z,w\rangle|$ انجام خواهد شد.
واژه‌های کلیدی: مشخصه‌سازی، فضاهای برگمن، انتگرال دوگانه، متر اقلیدسی.

رده‌بندی ریاضی: 32A36.

۱ تعاریف و مفاهیم مقدماتی

یکی از مهمترین موضوعات در بحث فضاهای توابع تحلیلی، مشخصه‌سازی آنها است، یعنی یافتن شرایطی که تحت آن، یک تابع عضو فضای خاصی از توابع تحلیلی می‌شود یا پیدا کردن نرم‌های معادل نرم اصلی فضا. این مشخصه‌سازی در مطالعهء عملگرهایی مانند عملگر بالابر متقارن، عملگرهای ترکیبی و عملگرهای ترکیبی تعمیم‌یافته روی این فضاهای توابع تحلیلی کاربرد دارد. مشخصه‌سازی می‌تواند با ابزارهای مختلفی مانند مترهای خاص(متر اقلیدسی، شبه هذلولوی و برگمن)، مشتق توابع تحلیلی، انتگرال دوگانه و غیره انجام گیرد. از بین همهء فضاهای توابع تحلیلی، بیشتر فضاهای برگمن و بلاخ در این موضوع استفاده شده است که در ادامه فضاهای برگمن را تعریف خواهیم کرد.

فرض کنید $\mathbb{D}$ دیسک واحد در صفحهء مختلط $\mathbb{C}$ و $\mathbb{B}_n$ گوی واحد باز در فضای اقلیدسی مختلط n–بعدی باشد یعنی

$$\mathbb{D}=\{z\in\mathbb{C}:|z|<1\},\quad \mathbb{B}_n=\{z\in\mathbb{C}^n:|z|<1\}.$$

برای هر دو عضو دلخواه مانند $z=(z_1,\cdots,z_n)$ و $w=(w_1,\cdots,w_n)$ از فضای $\mathbb{C}^n$ ضرب داخلی به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\langle z,w\rangle=z_1\overline{w}_1+\cdots+z_n\overline{w}_n,\quad |z|=\sqrt{|z_1|^2+\cdots+|z_n|^2},$$

که در آن $\overline{w}_i$ مزدوج مختلط w_i است.

×نویسنده مسئول مقاله
(M. Hassanlou) m.hassanlou@uut.ac.ir، (E. Abbasi) ebrahimabbasi81@aut.ac.ir

تعریف **۱.۱**. برای هر $a \in \mathbb{B}_n - \{0\}$ نگاشت خودریختی برگشتی [†] که با φ_a نشان داده می‌شود به‌صورت زیر است:

$$\varphi_a(z) = \frac{a - P_a(z) - s_a Q_a(z)}{1 - \langle z, a\rangle} \quad z \in \mathbb{B}_n,$$

که در آن $s_a = \sqrt{1 - |a|^2}$، P_a تصویر متعامد از $\mathbb{C}^n$ بروی زیر فضای $[a]$ (تولید شده توسط a) و Q_a تصویر متعامد از $\mathbb{C}^n$ بروی $\mathbb{C}^n - [a]$ است.

آشکار است که برای $a = 0$، $\varphi_a(z) = -z$.

تعریف **۲.۱**. فرض کنید z و w دو عضو دلخواه از $\mathbb{C}^n$ باشند. متر برگمن یا هذلولوی که آن را با $\beta(z, w)$ نشان می‌دهند به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta(z, w) = \frac{1}{2} \log \frac{1 + |\varphi_z(w)|}{1 - |\varphi_z(w)|}.$$

در متر برگمن، گوی باز به مرکز $z \in \mathbb{C}^n$ و شعاع $r > 0$ با نماد $D(z, r)$ نشان داده می‌شود یعنی

$$D(z, r) = \{w \in \mathbb{B}_n : \beta(z, w) < r\}.$$

همچنین گرادیان مختلط [‡] تابع تحلیلی f روی $\mathbb{B}_n$ در نقطه z با ضابطهء

$$|\nabla f(z)| = \left[\sum_{k=1}^{n} \left|\frac{\partial f}{\partial z_k}(z)\right|^2\right]^{1/2}.$$

داده می‌شود.

فرض کنید $H(\mathbb{B}_n)$ فضای همهء توابع تحلیلی روی $\mathbb{B}_n$ باشد. فضاهای برگمن از اشتراک فضای توابع تحلیلی و فضاهای L^p حاصل خواهد شد. برای $\alpha > -1$ و $p > 0$ فضای برگمن وزن‌دار $A^p_\alpha = A^p_\alpha(\mathbb{B}_n)$ عبارتست از همهء توابع تحلیلی f روی $\mathbb{B}_n$ که

$$\|f\|^p_{A^p_\alpha} = \int_{\mathbb{B}_n} |f(z)|^p dv_\alpha(z) < \infty,$$

که در آن

$$dv_\alpha(z) = c_\alpha(1 - |z|^2)^\alpha dv(z)$$

و $dv(z)$ اندازه حجم نرمال‌شده روی $\mathbb{B}_n$ بوده و c_α ثابت مثبتی است به‌طوری‌که $v_\alpha(\mathbb{B}_n) = 1$.

اگر $1 \leq p < \infty$ آنگاه A^p_α با نرم فوق یک فضای باناخ و اگر $0 < p < 1$ آنگاه A^p_α با متر $d(f, g) = \|f - g\|_{A^p_\alpha}$ یک فضای متری کامل است. اطلاعات جامع و کامل در مورد این فضاها و خواص آنها و سایر فضاهای توابع تحلیلی روی $\mathbb{B}_n$ را می‌توان در مراجع [۲، ۸] یافت.

مشخصه‌سازی از نوع لیپ‌شیتس برحسب مترهای برگمن، شبه‌هذلولوی و اقلیدسی برای فضاهای برگمن در حالت $n = 1$ و در حالت کلی n در مرجع [۷] انجام شده است. در مرجع [۶] مشخصه‌سازی بر حسب مشتق شعاعی، گرادیان تحلیلی و گرادیان پایا انجام شده است. این موضوع توسط لی و همکاران بر حسب انتگرال دوگانه تابع $|f(z) - f(w)|/|1 - \langle z, w\rangle|$ در حالت $p > n + 1 + \alpha$ در مرجع [۴] و در حالت $p < n + 1 + \alpha$ در مرجع [۵] بررسی شده است. همچنین مشخصه‌سازی بر حسب انتگرال دوگانه تابع $|f(z) - f(w)|/|z - w|$ در مراجع [۱، ۳–۵] در حالت‌های مختلف مورد مطالعهء قرار گرفته است.

در این مقاله، مشخصه‌سازی را با استفاده از انتگرال دوگانه تابع $|f(z) - f(w)|/|1 - \langle z, w\rangle|$ در حالت $p = n + 1 + \alpha$ انجام خواهیم داد. همچنین با در نظر گرفتن کارهای قبلی، نتایج جدیدی را در مورد مقدار $|f(z) - f(w)|/|z - w|$ پیدا خواهیم کرد.

نماد $A \sim B$ یعنی اعداد ثابتی مانند C_1 و C_2 وجود دارند به‌طوری‌که $C_1 A \leq B \leq C_2 A$. در سرتاسر این مقاله همهء ثابت‌های مثبت را با نماد واحد C نشان می‌دهیم که ممکن است از موقعیتی به موقعیت دیگر فرق داشته باشند. در ادامه برخی از لم‌هایی که در اثبات قضایای اصلی مورد استفاده واقع خواهند شد را بیان می‌کنیم.

[†] Involutive automorphism

[‡] Complex gradient

لم **۳.۱**. [۴] فرض کنید $r > ۰$. آنگاه برای هر $z \in \mathbb{B}_n$ و $w \in D(z,r)$

$$۱ - |z|^۲ \sim ۱ - |w|^۲ \sim |۱ - \langle z, w\rangle|.$$

همچنین هرگاه $۰ < p < \infty$ آنگاه ثابت $C > ۰$ وجود دارد به‌طوری‌که برای هر $z \in \mathbb{B}_n$ و $f \in H(\mathbb{B}_n)$

$$(۱ - |z|^۲)^p |\nabla f(z)|^p \leq \frac{C}{(۱ - |z|^۲)^{n+۱}} \int_{D(z,r)} |f(w) - f(z)|^p dv(w).$$

لم **۴.۱**. [۸] فرض کنید s و t دو عد حقیقی با شرط $t, s > -۱$ بوده و

$$I(z) = \int_{\mathbb{B}_n} \frac{(۱ - |w|^۲)^s}{|۱ - \langle z, w\rangle|^{n+۱+s+t}}\, dv(w), \quad z \in \mathbb{B}_n.$$

آنگاه $I(z)$ روی $\mathbb{B}_n$ کراندار است هرگاه $t < ۰$ و $I(z)$ کران بالای $(۱ - |z|^۲)^{-t}$ دارد هرگاه $t > ۰$.

۲ نتایج اصلی

در این فصل شرایطی را بر حسب انتگرال دوگانه به‌دست خواهیم آورد که تحت آن، شرایط یک تابع تحلیلی روی $\mathbb{B}_n$ عضو فضای برگمن وزن‌دار A^p_α شود. همچنین در حالت‌های خاص، برای توابع عضو فضای A^p_α مشخصه‌سازی جدیدی با استفاده از انتگرال دوگانه ارائه خواهد شد.

قضیه **۱.۲**. فرض کنیم $\alpha > -۱$، $p > ۰$ و $p = n + ۱ + \alpha$. اگر f یک تابع تحلیلی روی $\mathbb{B}_n$ بوده و

$$\int_{\mathbb{B}_n} \int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z) - f(w)|^p}{|۱ - \langle z, w\rangle|^p} dv_\alpha(z) dv_\alpha(w) < \infty,$$

آنگاه $f \in A^p_\alpha$.

اثبات. با توجه به لم ۳.۱ ثابت مثبت C وجود دارد به‌طوری‌که

$$\begin{aligned}(۱ - |z|^۲)^p |\nabla f(z)|^p \leq & \frac{C}{(۱ - |z|^۲)^{n+۱}} \int_{D(z,r)} |f(z) - f(w)|^p dv(w) \\ \leq & \frac{C(۱ - |z|^۲)^{-\alpha}}{c_\alpha (۱ - |z|^۲)^{n+۱}} \int_{D(z,r)} |f(z) - f(w)|^p dv_\alpha(w).\end{aligned}$$

دوباره با استفاده از قسمت اول لم ۳.۱ خواهیم داشت

$$\begin{aligned}(۱ - |z|^۲)^p |\nabla f(z)|^p \leq & \frac{C(۱ - |z|^۲)^{p-\alpha}}{c_\alpha (۱ - |z|^۲)^{n+۱}} \int_{D(z,r)} \frac{|f(z) - f(w)|^p}{|۱ - \langle z, w\rangle|^p} dv_\alpha(w) \\ = & \frac{C}{c_\alpha} \int_{D(z,r)} \frac{|f(z) - f(w)|^p}{|۱ - \langle z, w\rangle|^p} dv_\alpha(w) \\ \leq & \frac{C}{c_\alpha} \int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z) - f(w)|^p}{|۱ - \langle z, w\rangle|^p} dv_\alpha(w).\end{aligned}$$

با انتگرال‌گیری از طرفین با استفاده از $dv_\alpha(z)$ و استفاده از قضیهء فوبینی داریم

$$\begin{aligned}\int_{\mathbb{B}_n} (۱ - |z|^۲)^p |\nabla f(z)|^p dv_\alpha(z) \leq & \frac{C}{c_\alpha} \int_{\mathbb{B}_n} \int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z) - f(w)|^p}{|۱ - \langle z, w\rangle|^p} dv_\alpha(w) dv_\alpha(z) \\ = & \frac{C}{c_\alpha} \int_{\mathbb{B}_n} \int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z) - f(w)|^p}{|۱ - \langle z, w\rangle|^p} dv_\alpha(z) dv_\alpha(w) < \infty.\end{aligned}$$

در نتیجه $(۱ - |z|^۲)|\nabla f(z)| \in A^p_\alpha$ و طبق قضیهء ۱۶.۲ از [۸] حکم قضیه حاصل خواهد شد. □

در قضیهء زیر ثابت می‌کنیم که عکس قضیهء قبل فقط برای هر $\gamma > \alpha$ برقرار است.

قضیه **۲.۲**. فرض کنیم $\alpha > -۱$، $p > ۰$ و $p = n + ۱ + \alpha$. اگر $f \in A^p_\alpha$ آنگاه برای هر $\gamma > \alpha$ و $\beta \geq \alpha$ داریم:

$$\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z)-f(w)|^p}{|۱-\langle z,w\rangle|^p} dv_\beta(z)dv_\gamma(w) < \infty.$$

اثبات. با استفاده از نامساوی مثلثی خواهیم داشت

$$\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z)-f(w)|^p}{|۱-\langle z,w\rangle|^p} dv_\beta(z)dv_\gamma(w) \leq ۲^p \int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z)|^p+|f(w)|^p}{|۱-\langle z,w\rangle|^p} dv_\beta(z)dv_\gamma(w).$$

در نتیجه کافی است ثابت کنیم که

$$\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z)|^p}{|۱-\langle z,w\rangle|^p} dv_\beta(z)dv_\gamma(w) < \infty.$$

با توجه به $p = n + ۱ + \alpha$ خواهیم داشت

$$\int_{\mathbb{B}_n} |f(z)|^p dv_\beta(z) \int_{\mathbb{B}_n} \frac{۱}{|۱-\langle z,w\rangle|^p} dv_\gamma(w) = \int_{\mathbb{B}_n} |f(z)|^p dv_\beta(z) \int_{\mathbb{B}_n} \frac{dv_\gamma(w)}{|۱-\langle z,w\rangle|^{n+۱+\gamma+\alpha-\gamma}}.$$

با توجه به لم ۴.۱ آخرین انتگرال کراندار است پس ثابت مثبت C وجود دارد به‌طوری‌که

$$\int_{\mathbb{B}_n} |f(z)|^p dv_\beta(z) \int_{\mathbb{B}_n} \frac{۱}{|۱-\langle z,w\rangle|^p} dv_\gamma(w) \leq C \int_{\mathbb{B}_n} |f(z)|^p dv_\beta(z).$$

چون $\beta \geq \alpha$ پس

$$\int_{\mathbb{B}_n} |f(z)|^p dv_\beta(z) < \infty$$

و در نتیجه حکم حاصل خواهد شد. □

در صورتی که فرض $\gamma < \alpha$ را در نظر بگیریم آنگاه با شرط $\beta + \gamma \geq ۲\alpha$ می‌توان قضیهء فوق را ثابت کرد.

قضیه **۳.۲**. فرض کنیم $\alpha > -۱$، $p > ۰$ و γ, β اعداد حقیقی باشند که $\beta + \gamma = \alpha - n - ۱$. اگر f یک تابع تحلیلی روی $\mathbb{B}_n$ باشد به‌طوری‌که

$$\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p} dv_\beta(z)dv_\gamma(w) < \infty$$

آنگاه $f \in A^p_\alpha$.

اثبات. با توجه به لم ۳.۱ ثابت مثبت C وجود دارد به‌طوری‌که

$$\begin{aligned}
(۱-|z|^۲)^p |\nabla f(z)|^p \leq & \frac{C}{(۱-|z|^۲)^{n+۱}} \int_{D(z,r)} |f(z)-f(w)|^p dv(w) \\
= & \frac{C(۱-|z|^۲)^{-\gamma}}{c_\gamma(۱-|z|^۲)^{n+۱}} \int_{D(z,r)} |f(z)-f(w)|^p dv_\gamma(w) \\
\leq & \frac{C۲^{p+۱}(۱-|z|^۲)^{-\gamma}}{c_\gamma(۱-|z|^۲)^{n+۱}} \int_{D(z,r)} \frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p} dv_\gamma(w) \\
\leq & \frac{C۲^{p+۱}(۱-|z|^۲)^{-\gamma}}{c_\gamma(۱-|z|^۲)^{n+۱}} \int_{\mathbb{B}_n} \frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p} dv_\gamma(w).
\end{aligned}$$

با انتگرال‌گیری از طرفین برحسب $dv_\alpha(z)$ داریم:

$$\begin{aligned}\int_{\mathbb{B}_n}(1-|z|^2)^p|\nabla f(z)|^p dv_\alpha(z) &\le \int_{\mathbb{B}_n}\frac{C2^{p+1}(1-|z|^2)^{-\gamma}}{c_\gamma(1-|z|^2)^{n+1}}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p}dv_\gamma(w)dv_\alpha(z)\\ &=\int_{\mathbb{B}_n}\frac{C2^{p+1}(1-|z|^2)^{-\gamma+\alpha}}{c_\gamma(1-|z|^2)^{n+1}}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p}dv_\gamma(w)dv(z)\\ &=\frac{C2^{p+1}}{c_\gamma}\int_{\mathbb{B}_n}(1-|z|^2)^{-\gamma+\alpha-n-1}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p}dv_\gamma(w)dv(z)\\ &=\frac{C2^{p+1}}{c_\gamma}\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p}dv_\gamma(w)dv_\beta(z)<\infty.\end{aligned}$$

اینکه عبارت فوق متناهی شد به دلیل قضیهء فوبینی است. در نتیجه $|\nabla f(z)|(1-|z|^2)\in A^p_\alpha$ و طبق قضیهء ۱۶.۲ از [۸]، حکم حاصل خواهد شد. □

قضیه **۴.۲**. فرض کنیم $\alpha>-1$ و $p>n+1+\alpha$. اگر $f\in A^p_\alpha$ آنگاه برای هر $\beta>p-n-1$ داریم:

$$\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w)<\infty.$$

اثبات. با توجه به لم ۱.۳ از [۵] خواهیم داشت

$$\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)-f(w)|^p}{|z-w|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w)\le C\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)-f(w)|^p}{|1-\langle z,w\rangle|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w),$$

که در آن C ثابتی مثبت است. حال ثابت می‌کنیم طرف دوم نامساوی فوق متناهی است. از نامساوی مثلثی داریم:

$$\begin{aligned}\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)-f(w)|^p}{|1-\langle z-w\rangle|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w) &\le \int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{(|f(z)|+|f(w)|)^p}{|1-\langle z,w\rangle|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w)\\ &\le 2^p\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)|^p+|f(w)|^p}{|1-\langle z,w\rangle|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w)\\ &=2^p\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)|^p}{|1-\langle z,w\rangle|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w)\\ &\quad+2^p\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(w)|^p}{|1-\langle z,w\rangle|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w).\end{aligned}$$

لذا کافی است ثابت کنیم که انتگرال

$$\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)|^p}{|1-\langle z,w\rangle|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w)$$

متناهی است. با استفاده از قضیهء فوبینی و لم ۴.۱ داریم:

$$\begin{aligned}\int_{\mathbb{B}_n}\int_{\mathbb{B}_n}\frac{|f(z)|^p}{|1-\langle z,w\rangle|^p}dv_\beta(z)dv_\alpha(w) &=\int_{\mathbb{B}_n}|f(z)|^p dv_\beta(z)\int_{\mathbb{B}_n}\frac{1}{|1-\langle z,w\rangle|^p}dv_\alpha(w)\\ &=\int_{\mathbb{B}_n}|f(z)|^p dv_\beta(z)\int_{\mathbb{B}_n}\frac{1}{|1-\langle z,w\rangle|^{n+1+\alpha+p-n-1-\alpha}}dv_\alpha(w)\\ &\le Cc_\alpha\int_{\mathbb{B}_n}|f(z)|^p(1-|z|^2)^{-p+n+1+\alpha}dv_\beta(z)\\ &=Cc_\alpha c_\beta\int_{\mathbb{B}_n}|f(z)|^p(1-|z|^2)^{\beta-p+n+1+\alpha}dv(z)\\ &\le Cc_\beta\int_{\mathbb{B}_n}|f(z)|^p dv_\alpha(z)<\infty.\end{aligned}$$

بنابراین، اثبات تمام است. □

فهرست منابع

[1] M. Hassanlou and H. Vaezi, Double integral characterization for Bergman spaces, Iran. J. Math. Sci. Inform. **11**(1) (2016), 27-34.

[2] H. Hedenmalm, B. Korenblum and K. Zhu, Theory of Bergman spaces, Graduate Texts in Mathematics 199, Springer-Verlag, New York, 2000.

[3] S. Li, Some new characterization of weighted Bergman spaces, Bull. Korean Math. Soc. **47**(6) (2010), 1171-1180.

[4] S. Li, H. Wulan, R. Zhao and K. Zhu, A characterization of Bergman spaces on the unit ball of $\mathbb{C}^n$, Glasg. Math. J. **51**(2) (2009), 315-330.

[5] S. Li, H. Wulan and K. Zhu, A Characterization of Bergman spaces on the unit ball of $\mathbb{C}^n$, II, Canad. Math. Bull. **55** (2012), 146-152.

[6] M. Pavlović and K. Zhu, New characterizations of Bergman spaces, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. **33**(1) (2008), 87-99.

[7] H. Wulan and K. Zhu, Lipschitz type characterizations for Bergman spaces, Canad. Math. Bull. **52**(4) (2009), 613-626.

[8] K. Zhu, Spaces of holomorphic functions in the unit ball, Springer, New York, 2005.

Characterization of weighted Bergman spaces on the open unit ball

Mostafa Hassanlou[1] [§] **, Ebrahim Abbasi**[2]

(1) Engineering Faculty of Khoy, Urmia University of Technology, Urmia, Iran
(2) Department of Mathematics, Mah. C., Islamic Azad University, Mahabad, Iran

Received: xxxx/xx/xx Accepted: xxxx/xx/xx

Communicated by: . . . . . .

Abstract: In this paper, we characterize the weighted Bergman spaces on the open unit ball of $\mathbb{C}^n$. Indeed we find some conditions under which a function belongs to Bergman spaces. This characterization will be done by using double integral of the functions $|f(z)-f(w)|/|1-\langle z,w\rangle|$ and $|f(z)-f(w)|/|z-w|$.

Keywords: Characterization, Bergman spaces, Double integral, Euclidean metric.

[§]Corresponding author.
E-mail addresses: m.hassanlou@uut.ac.ir(M. Hassanlou), ebrahimabbasi81@aut.ac.ir (E. Abbasi).