ارائه یک روش برنامه‌ریزی پویا کارا جهت بهینه‌سازی مسئله اندازه سفارش با محدودیت ظرفیت

وحید حاجی پور[۱]*، محمد رضا محمدی زاده*، مرتضی عباسی**

* باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

** دانشکده مدیریت و صنایع نرم، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۸/۱۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۶/۲۱

چکیده: در اکثر کاربردهای صنعتی یکی از مهم‌ترین تصمیمات در مسائل اندازه انباشته تعیین بهترین مقدار تولید می‌باشد. در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح برای مسئله اندازه انباشته با در نظر گرفتن زمان آماده‌سازی، موجودی اطمینان، هزینه کمبود و روش‌های مختلف تولید ارائه می‌شود. هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های تولید، راه‌اندازی، نگهداری موجودی و کمبود موجودی است. برای حل مدل ارائه‌شده، یک روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو ارائه‌شده و کارایی آن با روش برنامه‌ریزی پویای کلاسیک پس‌رو مورد مقایسه قرارگرفته است. در نهایت، چندین مسئله آزمایشی با ابعاد مختلف تولیدشده است. تجزیه و تحلیل آماری بر روی نتایج محاسباتی به دست آمده، نشان می‌دهد که روش برنامه‌ریزی پویای پیشنهادی از نقطه نظر زمان محاسباتی به مراتب عملکرد بهتری نسبت به برنامه‌ریزی پویای کلاسیک دارد.

واژه‌های کلیدی : برنامه‌ریزی ریاضی، مسئله بهینه‌سازی اندازه انباشته، برنامه‌ریزی پویا

رده‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): ۶۸J۲۰، ۶۵Y۲۰.

۱- مقدمه

امروزه در اکثر کاربردهای صنعتی یکی از مهم‌ترین سؤالاتی که در حیطه برنامه‌ریزی و کنترل تولید موردمطالعه قرار می‌گیرد، یافتن ترکیب بهینه استفاده از منابع تولیدی در جهت برآورده سازی رضایت‌مندی مشتریان و سوددهی در طول افق برنامه‌ریزی است. در دنیای واقعی بهینه‌سازی مسائل برنامه‌ریزی تولید با در نظر گرفتن محدودیت‌های کاربردی همواره موردتوجه

۱- آدرس الکترونیکی نویسنده مسئول مقاله: v.hajipour@basu.ac.ir

مدیران صنعتی بوده است. در واقع، تصمیم گیرنده به دنبال آن است که در یک زمان معقول یک تصمیم موجه و مناسب را اتخاذ نماید.

مهم‌ترین الگوریتم تعیین اندازه انباشته اقتصادی، الگوریتم واگنر و ویتین می‌باشد. واگنر و ویتین[۱] [۱] الگوریتمی را مبتنی بر برنامه‌ریزی پویا برای تعیین اندازه انباشته تک محصولی بدون محدودیت ظرفیت ارائه کرده‌اند که جواب مسئله را به دست می‌دهد. بعد از ارائه این الگوریتم تلاش‌های زیادی برای کاهش محاسبات روش واگنر و ویتین و کاهش زمان محاسبه‌صورت گرفت. به‌عنوان مثال ایوانس[۲] [۲] برای حالت کلی مدل واگنر و ویتین (بدون هزینه مقعر) به کمک الگوریتمی جدید سعی در بهبود روش واگنر و ویتین کرد. فدرگروین و تزور[۳][۳] یک الگوریتم رو به جلو را که مدل عمومی مسئله تعیین اندازه انباشته را حل می‌کند را پیشنهاد کرده‌اند. والگمن[۴] و همکاران[۴]، اگراوال و پارک[۵] [۵] و هدی[۶] و همکاران [۶] بر اساس برنامه‌ریزی پویا الگوریتم‌هایی را برای مسئله تعیین اندازه انباشته بدون محدودیت ظرفیت پیشنهاد کرده‌اند. همچنین توسعه اصلی در مقالات فوق کاستن از پیچیدگی محاسبات نسبت به الگوریتم واگنر و ویتین است. آریانژاد[۷] نیز مسئله تعیین اندازه انباشته پویای تک مرحله‌ای تک محصولی بدون محدودیت ظرفیت را در نظر گرفته، برای هر دو حالت بدون سفارش عقب افتاده و با سفارش عقب افتاده یک شرط کافی برای بهینه بودن برنامه تولیدی ارائه می‌کند، سپس مسئله را در قالب یک مدل برنامه‌ریزی خطی ساده مشابه بیتران[۷] و همکاران[۸] فرمول‌بندی نموده و الگوریتمی را برای کنترل شرایط بهینگی مسئله ارائه می‌دهد. آریا نژاد و کیانی [۹] همان مسئله را موردبررسی قرار داده و روشی را برای حل آن ارائه داده‌اند. آن‌ها با ارائه یک سری قضایا و نتایج حاصل از آن‌ها به این نتیجه می‌رسند که مسئله را می‌توان به یک جدول حمل و نقل تبدیل نمود که به مقدار زیادی حجم محاسبات را کاهش می‌دهد. مقایسات به عمل آمده بین این روش و روش برنامه‌ریزی پویا، مؤثرتر بودن روش ارائه‌شده را تأکید می‌کند. بسنت و لیانگ[۸] [۱۰] درتوسعه کار واگنر و ویتین یک مسئله تخصیص سفارش چند محصولی را با چندین تأمین کننده و چندین دوره در طول افق برنامه‌ریزی ارائه کردند. لی[۹] و همکاران [۱۱] مسئله اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت را با محصولات مرجوعی و جانشینی مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند. آن‌ها

1-Wagner and Whitin
2- Evans
3 Federgruen and Tzur
4-Wagelmans
5- Aggrawal and Park
6- Heady
7- Bitran
8- Basnet and Leung
9- Li

از الگوریتم ژنتیک برای تعیین نیازهای راه‌اندازی همه دوره‌ها جهت تولید و تولید مجدد بهره جستند سپس یک روش برنامه‌ریزی پویا را برای رسیدن به جواب بهینه با تعیین اینکه چه مقدار محصول جدید تولید شود و یا محصولات بازگشتی در کدام‌یک از دوره‌ها دوباره کاری شوند، توسعه داده‌اند. هدف کمینه کردن هزینه‌ها شامل هزینه‌های ساخت و دوباره کاری، هزینه تهیه غیر منتظره و هزینه‌های راه‌اندازی و نگهداری می‌باشد. پن[1] و همکاران [۱۲] مسئله اندازه سفارش با محدودیت ظرفیت را در زنجیره تأمین حلقه بسته به‌طوری که محصولات برگشتی از طرف مشتریان جمع‌آوری می‌شود را ارائه کرده‌اند. ظرفیت تولید و تولید مجدد محدود است و پس افت مجاز نیست. مدل عمومی این مسئله فرموله و چندین ویژگی مفید از این مسئله زمانی که تابع هزینه‌ها مقعر است مشخص شده است.این مسئله به‌صورت بهینه با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا حل شده است. ابسی و کدادسیدهوم[2] [۱۳] مدلی جدید در زمینه مسائل اندازه سفارش چند محصولی با در نظر گرفتن زمان آماده‌سازی و هزینه کمبود موجودی و موجودی اطمینان ارائه داده‌اند. مسئله از نظر پیچیدگی از نوع Np-hard می‌باشد. آن‌ها جهت حل مدل ارائه‌شده از رویکرد برنامه‌ریزی پویا بهره جسته و کارایی مدل ارائه‌شده را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند. در ادامه مقاله، مدلی برای مسئله اندازه انباشته با در نظر گرفتن زمان آماده‌سازی، موجودی اطمینان، هزینه کمبود و روش‌های مختلف تولید ارائه می‌شود. سپس به‌منظور حل مدل ارائه‌شده از دو روش با رویکرد دقیق مبتنی بر برنامه‌ریزی پویا پس‌رو و پیشرو بهره جسته‌ایم. در بخش چهارم رویه‌های حل بر روی مسائل آزمایشی تولیدشده در ابعاد مختلف مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته شده است. بخش نهایی نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی را ارائه می‌دهد.

۲- تعریف مسئله و مدل پیشنهادی

ابتدا در این بخش، بیان مسئله، فرضیات، پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل به تفصیل موردبحث قرار گفته و سپس مدل برنامه‌ریزی خطی ارائه‌شده را تشریح می‌نماییم. امروزه در اکثر مراکز تولیدی، تعیین بهترین ترکیب تولید محصولات از مهم‌ترین پرسش‌هایی است که نیاز پاسخ به آن احساس می‌شود. به‌منظور هر چه نزدیک‌تر شدن شرایط مسئله به شرایط دنیای واقعی، ما در این مقاله مسئله اندازه انباشته را با در نظر گرفتن محدودیت تعادل خط تولید و محدودیت ظرفیت موردمطالعه قرار دادیم. نه تنها روش‌های تولید مختلف برای محصول در نظر گرفته شده، بلکه مدل‌سازی در شرایط مجاز بودن کمبود و داشتن موجودی اطمینان انجام‌شده است. در نهایت، هدف اصلی تعیین برنامه تولید بهینه، میزان موجودی بهینه، میزان کمبود بهینه و نوع

1- Pan
2- Absi and Kedad-Sidhoum

روش تولید است به نحوی که مجموع هزینه‌های تولید، راه‌اندازی، نگهداری موجودی و کمبود موجودی کمینه شود.

۲-۱- مفروضات مدل

- تقاضا به‌صورت قطعی در نظر گرفته شده است.
- کمبود به‌صورت پس افت و برای یک دوره مجاز می‌باشد.
- هزینه‌های کمبود و نگهداری موجودی در پایان هر دوره اعمال می‌شود.
- ظرفیت ماده اولیه به‌صورت محدود می‌باشد.
- مقادیر موجودی و کمبود در ابتدای افق برنامه‌ریزی صفر می‌باشد.
- میزان کمبود در پایان افق برنامه‌ریزی صفر می‌باشد.

۲-۲- معرفی پارامترهای مدل

T: دوره افق برنامه‌ریزی $t=1, \ldots, T$

J : تعداد روش‌های تولید محصولات $j=1, \ldots, J$

$\mathrm{d_t}$: میزان تقاضا در دوره t

φ_t : هزینه هر واحد کمبود در دوره t (پس افت)

y_t^- : هزینه هر واحد کمبود موجودی اطمینان در دوره t

L_t : میزان موجودی اطمینان در دوره t

δ_t : اختلاف موجودی اطمینان در دوره t و دوره ماقبل

α_{jt} : هزینه تولید هر واحد محصول به روش j در دوره t

β_{jt} : هزینه ثابت راه‌اندازی تولید محصول به روش j در دوره t

y_t^+ : هزینه نگهداری هر واحد موجودی در دوره t

C_t : ظرفیت منبع در دسترس در دوره t برحسب واحد محصول

V: میزان منبع استفاده شده توسط هر واحد محصول $\mathrm{f_j}$: میزان اتلاف منبع، زمانی که محصول به روش j تولید شود، برحسب واحد محصول

M : عدد بزرگ، در واقع همان حد بالای تولید می‌باشد که از رابطه (۱) به دست می‌آید:

$$M=\min\left\{\frac{C_t-f_j}{V}, \sum_{t=1}^{T} d_t\right\} \quad (1)$$

۲-۳- متغیرهای تصمیم

X_{jt} : مقدار تولید محصول به روش j در دوره t

$y_{jt} = \begin{cases} ۱ \\ ۰ \end{cases}$: یک در صورتی که محصول به روش j در دوره t تولید شود و صفر در غیر این صورت.

r_t : میزان کمبود در دوره t

S_t^+ : میزان موجودی اضافی در دوره t

S_t^- : میزان کمبود موجودی اطمینان در دوره t

۲-۴- مدل ارائه‌شده

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^{T}[\sum_{j=1}^{J}(a_{jt}.x_{jt} + b_{jt}.y_{jt})] + j_t.r_t + y_t^+.s_t^+ + y_t^-.s_t^-] \qquad (۲)$$

Subject to :

$$s_{t-۱}^+ - s_{t-۱}^- - r_{t-۱} + r_t + \sum_{j=۱}^{J} x_{jt} = d_t + \delta_t + s_t^+ - s_t^- \quad ; \quad \forall\, t = ۱, ۲, ..., T-۱ \qquad (۳)$$

$$s_{t-۱}^+ - s_{t-۱}^- - r_{t-۱} + \sum_{j=۱}^{J} x_{jt} = d_t + \delta_t + s_t^+ - s_t^- \quad ; \quad t = T \qquad (۴)$$

$$\sum_{j=۱}^{J}(v.x_{jt} + f_j.y_{jt}) \le C_t \qquad \forall\, t = ۱, ۲, ..., T \qquad (۵)$$

$$x_{jt} \le M.y_{jt} \qquad \forall\, j = ۱, ۲, ..., J \;;\; t = ۱, ۲, ..., T \qquad (۶)$$

$$r_t \le d_t \qquad \forall\, t = ۱, ۲, ..., T \qquad (۷)$$

$$s_t \le L_t \qquad \forall\, t = ۱, ۲, ..., T \qquad (۸)$$

$$x_{jt}, r_t, s_t^+, s_t^- \ge ۰ \;;\; y_{jt} \in \{۰,۱\} \quad \forall\, j = ۱, ۲, ..., J \;;\; t = ۱, ۲, ..., T \qquad (۹)$$

معادله (۲) تابع هدف را نشان می‌دهد که مجموع هزینه‌های تولید، راه‌اندازی، هزینه‌های کمبود، نگهداری موجودی و کمبود موجودی اطمینان را کمینه می‌کند. محدودیت (۳) نشان دهنده تعادل موجودی است. محدودیت (۴) نشان دهنده تعادل موجودی در دوره آخر است که بدون در نظر گرفتن کمبود نوشته‌شده است زیرا در دوره آخر کمبود مجاز نیست. محدودیت (۵)

ظرفیت منبع را نشان می‌دهد. محدودیت (۶) بیان می‌کند که مقدار تولید محصول به روش j در دوره t نباید از ماکزیمم مقدار مجاز بیشتر باشد. محدودیت (۷) مقدار حد بالا را برای مقدار کمبود نشان می‌دهد. محدودیت (۸) مقدار حد بالا را مقدار کمبود موجودی اطمینان نشان می‌دهد. محدودیت (۹) دامنه متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهد.

۳- روش حل

به‌منظور حل مدل پیشنهادی از روش برنامه‌ریزی پویای کلاسیک و یک روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو پیشنهادی بهره جسته‌ایم. جهت نشان دادن صحت جواب‌های به دست آمده از روش‌های حل ارائه‌شده، از نرم‌افزار لینگو نیز در حل مسائل استفاده شده است. در زیر بخش زیر به تشریح روش حل ارائه‌شده می‌پردازیم.

۳-۱- برنامه‌ریزی پویا پیشرو پیشنهادی[1]

برنامه‌ریزی پویا با به‌کارگیری فرایندهای نظام گرا، ترکیبی از تصمیمات متوالی را معین می‌کند که به ماکزیمم شدن راندمان محاسبات منتهی می‌گردد. وقتی برنامه‌ریزی پویا برای حل یک مسئله به کار می‌رود ، تصمیم‌گیری‌های چندمرحله‌ای برای دنباله‌ای از مسائل اتخاذ می‌گردد . یعنی در روش برنامه‌ریزی پویا یک مسئله‌ی N متغیره به N مسئله‌ی یک متغیره تبدیل می‌گردد که با حل پی در پی این مسائل ، مسئله‌ی اصلی حل خواهد شد. مزیت این عمل در آن است که مسائل جزئی در مقایسه با مسئله‌ی اصلی بسیار ساده و کوچک هستند.

این روش به‌صورت پیشرو (حرکت رو به جلو) عمل می‌کند. قبل از حل باید مرحله، وضعیت و حالت را به‌صورت زیر تعریف نماییم.

مرحله: تعداد دوره‌های افق برنامه‌ریزی می‌باشد.

حالت: ترکیبات مختلف تولید به روش‌های مختلف است به شرطی که محدودیت ظرفیت تولید را رعایت کند یعنی مجموع آن از ماکزیمم مقدار تولید مجاز در آن دوره بیشتر نشود.

وضعیت : مقادیر کمبود و مقادیر موجودی در ابتدای هر دوره می‌باشد.مقادیر کمبود و موجودی در ابتدای دوره یک صفر می‌باشد. ولی از دوره‌های دوم به بعد ماکزیمم مقادیر کمبود و موجودی را می‌توان از رابطه‌های (۱۰) و (۱۱) محاسبه کرد. ماکزیمم مقدار کمبود در ابتدای هر دوره برابر با تقاضای دوره قبل است.

1- Proposed Dynamic Programming

$$\max\ r_t = d_{t-1} \tag{۱۰}$$

همچنین ماکزیمم مقدار موجودی در ابتدای هر دوره نیز برابر است با مجموع ماکزیمم مقدار موجودی دوره قبل و ماکزیمم مقدار تولید مجاز در دوره قبل، منهای تقاضای دوره قبل می‌باشد.

$$\max\ S_t^{+} = \max\ S_{t-1}^{+} + \max\left\{\sum_{j=1}^{2} X_{j,t-1}\right\} - d_{t-1} \tag{۱۱}$$

حال بعد از اینکه مرحله، حالت و وضعیت مشخص شد باید به محاسبه هزینه‌ها در حالت‌های مختلف با توجه به وضعیت‌های مختلف بپردازیم. در محاسبه هزینه‌ها ابتدا تقاضا را پاسخ می‌دهیم سپس اگر موجودی باقی ماند موجودی اطمینان را ذخیره می‌کنیم و مابقی به‌عنوان موجودی اضافی در انبار نگهداری می‌شود . با توجه به اینکه کمبود فقط برای یک دوره مجاز و به‌صورت پس افت می‌باشد لذا در هر دوره که کمبود داشتیم باید حداقل به‌اندازه مقدار کمبود تولید صورت گیرد و کمتر از آن بی‌معنی است. بنابراین در جداول برای حالت‌هایی که این شرط را نقض می‌کنند هزینه بی‌نهایت باید در نظر گرفت. در ادامه به‌منظور درک بهتر روش ارائه‌شده یک مثال عددی ارائه می‌شود. جدول(۱) پارامترهای مثال عددی ارائه‌شده را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که در این مثال ظرفیت (C_t) در هر سه دوره ثابت و میزان اتلاف در هنگام راه‌اندازی در هر یک از روش‌ها (f_j) برابر با یک فرض شده است. میزان منبع استفاده شده توسط هر واحد محصول (V) نیز برابر با یک می‌باشد. بنابراین با توجه به رابطه (۱) حداکثر مقدار تولید در هر دوره برابر با چهار می‌باشد.

$$M = \min\left\{\frac{C_t - f_j}{V},\ \sum_{t=1}^{T} d_t\right\} = \min\{\ \frac{5-1}{1}\ ,\ 7\ \} = 4$$

جداول(۲)، (۳) و (۴) نتایج به دست آمده از اجرای روش برنامه‌ریزی پویا پیشرو پیشنهادی در حل مثال عددی ارائه‌شده را نشان می‌دهد. بعد از محاسبه جداول هزینه در هر مرحله، برای به دست آوردن هزینه بهینه دوره قبل در هر وضعیت به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

در دوره یک، هزینه بهینه دوره قبل صفر است. ولی از دوره دوم به بعد برای به دست آوردن هزینه بهینه در دوره قبل، با توجه به وضعیت در آن مرحله به مرحله قبل برمی‌گردیم . در جدول مرحله قبل در تمامی موقعیت‌ها حالت‌هایی که باعث به وجود آمدن آن وضعیت در دوره بعد شده‌اند را بررسی و از میان آن‌ها حالتی که هزینه کمتری دارد را به‌عنوان هزینه بهینه دوره قبل در آن وضعیت انتخاب می‌کنیم و هزینه‌ها در هر حالت از آن موقعیت را با مقادیر بهینه دوره قبل جمع می‌کنیم. به‌عنوان مثال در جدول (۳) برای وضعیتی که مقدار موجودی برابر یک است، مقدار بهینه دوره قبل ۲۰۲۱۰ می‌باشد که در جدول (۳) با رنگ زرد مشخص شده است. این

مقدار در واقع با مینیمم گرفتن از حالت‌هایی در جدول (۲) (با رنگ زرد مشخص شده است) که باعث می‌شوند در مرحله دوم مقدار موجودی برابر یک باشد به دست می‌آید. این روند به همین صورت ادامه دارد تا به جدول دوره آخر یعنی جدول (۴) برسیم و در نهایت با مینیمم گرفتن در بین هزینه‌ها، هزینه بهینه کل (که با رنگ قرمز مشخص شده است) به دست می‌آید.

جدول(۱): پارامترهای مثال عددی

دوره	تقاضا	موجودی اطمینان	هزینه تولید هر واحد		هزینه راه‌اندازی		هزینه کمبود	هزینه نگهداری موجودی	هزینه کمبود موجودی اطمینان	ظرفیت در دسترس
			روش ۱	روش ۲	روش ۱	روش ۲				
۱	۲	۱	۷۰	۷۵	۲۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۱۰	۶	۵	۵
۲	۳	۲	۷۵	۷۰	۲۱۰۰۰	۲۰۰۰۰	۱۲	۷	۷	۵
۳	۲	۱	۷۰	۷۰	۲۰۰۰۰	۲۱۰۰۰	۹	۸	۹	۵

در بخش بعد، مسـائل آزمایشـی با ابعاد مختلف توسـط الگوریتم ارائه‌شـده و روش برنامه‌ریزی پویای کلاسیک حل گردیده است و جهت انتخاب روش مناسب از نظر زمان محاسباتی از تجزیه و تحلیل آماری بهره جسته‌ایم.

۴- تجزیه و تحلیل نتایج

در این بخش، برای اثبات برتری روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو پیشنهادی ارائه‌شده از نظر زمان محاسباتی مناسب، ابتدا چندین مسئله آزمایشی با ابعاد مختلف تولیدشده و سپس زمان‌های محاسباتی به دست آمده با روش‌های حل ارائه‌شده به‌صورت آماری مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته شده است. ضمن اینکه روش‌های حل با نرم‌افزار *MATLAB* (Version 7.10.0.499, 2010a) برنامه‌نویسی شده و بر روی یک نوت بوک با چهارگیگابایت *RAM* و دو گیگاهرتز حافظه پردازنده اجرا شده است. بدین منظور هفت مسئله آزمایشی در ابعاد مختلف تولید و برای حل آن‌ها، روش‌های حل مذکور را به‌کاربرده‌ایم.

جهت نشان دادن کارایی و صحت روش‌های حل ارائه‌شده و همچنین جواب‌های به دست آمده از روش‌های حل ارائه‌شده، از نرم‌افزار لینگو نیز در حل مسائل استفاده شده است و یکی بودن جواب‌ها گویای همین مطلب می‌باشد. جدول (۵) مسائل آزمایشی را جهت پیاده‌سازی روش‌های حل ارائه‌شده برای مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در جدول (۵) مشاهده می‌شود، روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو پیشنهادشده از زمان محاسباتی کمتری برخوردار است.

جدول (۲): نتایج به دست آمده از اجرای روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو پیشنهادی در مرحله اول

مرحله ۱		بهینه دوره قبل	X_1	۰					۱				۲			۳		۴
			X_2	۰	۱	۲	۳	۴	۰	۱	۲	۳	۰	۱	۲	۰	۱	۰
بدون کمبود و موجودی	۰	۰		۲۵	۲۰۰۹۰	۲۰۱۵۵	۲۰۲۲۵	۲۰۳۰۶	۲۰۰۸۵	۴۰۱۵۰	۴۰۲۲۰	۴۰۳۱۰	۲۰۱۴۵	۴۰۲۱۵	۴۰۲۹۶	۲۰۲۱۰	۴۰۲۹۱	۲۰۲۸۶

جدول (۳): نتایج به دست آمده از اجرای روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو پیشنهادی در مرحله دوم

مرحله ۲		بهینه دوره قبل	X_1	۰					۱				۲			۳		۴
			X_2	۰	۱	۲	۳	۴	۰	۱	۲	۳	۰	۱	۲	۰	۱	۰
بدون کمبود و موجودی	۰	۲۰۱۴۵		۲۰۱۹۵	۴۰۲۵۳	۴۰۳۱۱	۴۰۳۶۹	۴۰۴۳۲	۴۱۲۵۸	۶۱۳۱۶	۶۱۳۷۸	۶۱۴۳۷	۴۱۳۲۱	۶۱۳۷۹	۶۱۴۴۲	۴۱۳۸۴	۶۱۴۴۷	۴۱۴۵۲
کمبود	۱	۲۰۰۸۵		∞	۴۰۲۰۵	۴۰۲۶۳	۴۰۳۲۱	۴۰۳۷۹	۴۱۲۱۰	۶۱۲۶۸	۶۱۳۲۶	۶۱۳۸۴	۴۱۲۷۳	۶۱۳۳۱	۶۱۳۸۹	۴۱۳۳۶	۶۱۳۹۴	۴۱۳۹۹
	۲	۲۵		∞	∞	۲۰۲۱۵	۲۰۲۷۳	۲۰۳۳۱	∞	۴۱۲۲۰	۴۱۲۷۸	۴۱۳۳۶	۴۱۲۲۵	۴۱۲۸۳	۴۱۳۴۱	۲۱۲۸۸	۴۱۳۴۶	۲۱۳۵۱
موجودی	۱	۲۰۲۱۰		۲۰۲۴۸	۴۰۳۰۶	۴۰۳۶۴	۴۰۴۲۷	۴۰۴۹۰	۴۱۳۱۱	۶۱۳۶۹	۶۱۴۳۲	۶۱۴۹۵	۴۱۳۷۸	۶۱۴۳۷	۶۱۵۰۰	۴۱۴۴۲	۶۱۵۰۵	۴۱۵۱۰
	۲	۲۰۲۸۶		۲۰۳۱۲	۴۰۳۷۰	۴۰۴۳۳	۴۰۴۹۶	۴۰۵۷۳	۴۱۳۷۵	۶۱۴۳۸	۶۱۵۰۱	۶۱۵۷۸	۴۱۴۴۳	۶۱۵۰۶	۶۱۵۸۳	۴۱۵۱۱	۶۱۵۸۸	۴۱۵۹۳

جدول (۴): نتایج به دست آمده از اجرای روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو پیشنهادی در مرحله سوم

مرحله ۳		بهینه دوره قبل	X_1	۰					۱				۲			۳		۴
			X_2	۰	۱	۲	۳	۴	۰	۱	۲	۳	۴	۰	۱	۲	۳	۴
بدون کمبود و موجودی	۰	۴۰۳۶۴		∞	∞	۶۱۵۱۳	۶۱۵۷۴	۶۱۶۵۲	∞	۸۱۵۱۳	۸۱۵۷۴	۸۱۶۵۲	۶۰۵۱۳	۸۱۵۷۴	۸۱۶۵۲	۶۰۵۷۴	۸۱۶۵۲	۶۰۶۵۲
کمبود	۱	۲۰۳۱۲		∞	∞	∞	۴۱۵۳۱	۴۱۵۹۲	∞	∞	۶۱۵۳۱	۶۱۵۹۲	∞	۶۱۵۳۱	۶۱۵۹۲	۴۰۵۳۱	۶۱۵۹۲	۴۰۵۹۲
	۲	۲۰۲۴۸		∞	∞	∞	∞	۴۱۵۳۷	∞	∞	∞	۶۱۵۳۷	∞	∞	۶۱۵۳۷	∞	۶۱۵۳۷	۴۰۵۳۷
	۳	۲۰۱۹۵		∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
موجودی	۱	۴۰۴۲۷		∞	۶۱۵۰۶	۶۱۵۶۷	۶۱۶۴۵	۶۱۷۲۳	۶۰۵۰۶	۸۱۵۶۷	۸۱۶۴۵	۸۱۷۲۳	۶۰۵۶۷	۸۱۶۴۵	۸۱۷۲۳	۶۰۶۴۵	۸۱۷۲۳	۶۰۷۲۳
	۲	۴۰۴۹۰		۴۰۴۹۹	۶۱۵۶۰	۶۱۶۳۸	۶۱۷۱۶	۶۱۷۹۴	۶۰۵۶۰	۸۱۶۳۸	۸۱۷۱۶	۸۱۷۹۴	۶۰۶۳۸	۸۱۷۱۶	۸۱۷۹۴	۶۰۷۱۶	۸۱۷۹۴	۶۰۷۹۴
	۳	۴۰۵۷۳		۴۰۵۷۳	۶۱۶۵۱	۶۱۷۲۹	۶۱۸۰۷	۹۱۸۸۵	۶۰۶۵۱	۸۱۷۲۹	۸۱۸۰۷	۸۱۸۸۵	۶۰۷۲۹	۸۱۸۰۷	۸۱۸۸۵	۶۰۸۰۷	۸۱۸۸۵	۶۰۸۸۵

جدول (۵): نتایج مسائل تولیدشده آزمایشی مدل پیشنهادی

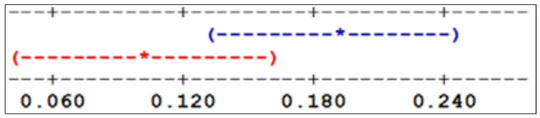
شماره مسئله آزمایشی	تعداد روش‌های تولید	تعداد دوره	مقدار تابع هدف	زمان محاسباتی (به ثانیه)	
				DP کلاسیک	DP پیشرو پیشنهادی
۱	۲	۳	۴۰۵۰۸	۰/۰۵	۰/۰۵
۲	۳	۳	۲۰۴۰۵	۰/۰۹	۰/۰۷
۳	۲	۵	۸۰۹۱۳	۰/۱۴	۰/۰۵
۴	۳	۵	۸۰۸۹۳	۰/۱۹	۰/۱۱
۵	۲	۸	۴۰۷۸۳	۰/۲۱	۰/۰۸
۶	۳	۸	۴۰۶۶۷	۰/۳۶	۰/۲۱
۷	۲	۱۲	۴۲۰۷۴	۰/۲۹	۰/۱۴

$$y_t^- \sim Uniform[۵,۸]; d_t \sim Uniform[۱,۳]; L_t \sim Uniform[۱,۲];$$
$$f_j \sim Uniform[۱,۶]; V = ۱; C = ۸$$
$$\alpha_{jt} \sim Uniform[۶۵,۸۰]; \beta_{jt} \sim Uniform[۲۰۰۰۰,۲۲۰۰۰۰];$$
$$\varphi_t \sim Uniform[۱۰,۱۵]; y_t^+ \sim Uniform[۵,۸]$$

به‌منظور اثبات این امر، تجزیه و تحلیل آماری ارائه‌شده (خروجی تحلیل واریانس) برای مسائل آزمایشی تولیدشده در جدول(۶) گزارش‌شده است که با توجه به مقادیر آماره (یا *P-Value*) می‌توان به این نتیجه رسید که روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو پیشنهادشده به‌صورت معنادار از زمان حل کمتری نسبت به روش برنامه‌ریزی پویای کلاسیک برخوردار است. به‌منظور وضوح این امر فاصله اطمینان نیز در شکل (۱) ترسیم شده است.

جدول (۶): نتایج تحلیل واریانس برای مسائل آزمایشی

منبع	درجه آزادی	مجموع مربعات خطا	میانگین مربعات خطا	آزمون F	p-مقدار
روش حل	۱	۰/۰۲۷۴۶	۰/۰۲۷۴۶	۰/۶۰	۰/۰۸۲
خطا	۱۲	۰/۰۹۱۴۹	۰/۰۰۷۶۲		
کل	۱۳	۰/۱۱۸۹۴			



شکل (۱): خروجی نتایج تحلیل واریانس برای مسائل آزمایشی

۵- بحث، نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی

در این تحقیق، یک مدل ریاضی جدید در چارچوب مسئله اندازه انباشته با در نظر گرفتن زمان آماده‌سازی، موجودی اطمینان، کمبود و روش‌های مختلف تولید و با مدنظر قرار دادن چندین محدودیت صنعتی ارائه شد. هدف یافتن برنامه تولید بهینه، میزان موجودی بهینه، میزان کمبود بهینه و نوع روش تولید به نحوی است که مجموع هزینه‌های تولید، راه‌اندازی، نگهداری موجودی و کمبود کمینه شود. جهت حل مدل مربوطه، یک روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو ابتکاری ارائه‌شده و بر روی مسائل آزمایشی در ابعاد مختلف پیاده‌سازی شده و با روش برنامه‌ریزی پویای کلاسیک مورد مقایسه قرار گرفت. تجزیه و تحلیل آماری بر روی نتایج محاسباتی به دست آمده از اجرای دو رویه حل، نشان می‌دهد که روش برنامه‌ریزی پویای پیشرو ابتکاری پیشنهادشده از زمان حل به مراتب بهتری نسبت به برنامه‌ریزی پویای کلاسیک برخوردار است. برای تحقیقات آتی در زمینه فرمول‌بندی مسئله می‌توان با چند محصولی کردن مدل و همچنین افزودن اهداف دیگر از جنس سطح خدمت، مسئله را به یک مدل چند هدفه تبدیل کرد تا به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر شود. همچنین برخی پارامترهای مسئله می‌تواند به‌صورت تصادفی و یا فازی مدنظر قرار گیرد. در زمینه رویکرد حل، تمرکز اصلی می‌تواند بهره جستن از دیگر الگوریتم‌های فرا ابتکاری یا پیاده‌سازی روش‌های دقیق مانند شاخه و حد و لاگرانژین به‌منظور مقایسه با الگوریتم ارائه‌شده در این مقاله باشد.

مراجع

[1] Wagner, H. M. and Whitin, T.M. (1958). A dynamic version of the economic lit size model. *Management Science*, **5**, 89-96.

[2] Evans, J.R. (1958). An Efficient Implementation of the Wagner-Whitin Algorithm for Dynamic Lot-Sizing. *Journal of Operations Management*, **5**, 2, 229-235.

[3] Federgruen, A. and Tzur, M. (1991). A simple forward algorithm to solve general dynamic lot sizing models with n periods in O(n log n) or O(n) time. *Management Science*, **37**, 909-925.

[4] Wagelmans, A., Van Hoesel, S. and Kolen, A. (1992). Economic lot-sizing: An O (n log n) - algorithm that runs in linear time in the Wagner-Whitin case. *Operations Research*, **40**, 145-156.

[5] Aggrawal, A. and Park, J.K. (1993). Improved algorithms for economic lot-size problem. *Operations Research*, **41**, 549-571.

[6] Heady R.B. and Zhiwei, Z. (1994). An improved implementation of the wagner whitin algorithm. *Production and operations management. Volume*, **3,** 55–63.

[7] Aryanezhad, M.B. (1992). An algorithm based on a new sufficient condition of optimality in dynamic lot size model. *European Journal of Operational Research*, **59**, 425-433.

[8] Bitran, G.R., Magnanti, T.L. and Yanasse, H.H. (1984). Approximation methods for the uncapacitated dynamic lot size problem. *Management Science*, **30**, 1121-1140.

[9] Aryanezhad, M.B., Kiany, H. (1992). Dynamic lot sizing with backlogging. *Iranian Journal of Science & Technology*, **16**, 43-56.

[10] Basnet, C. and Leung, J.M.Y. (2005). Inventory lot-sizing with supplier selection. *Computers and Operations Research*, **32**, 1–14.

[11] Li, Y., Chen, J. and Cai, X. (2007). Heuristic genetic algorithm for capacitated production planning problems with batch processing and remanufacturing. *International Journal of Production Economics*, **105**, 301–317.

[12] Pan, Z., Tang, J. and Liu, O. (2009). Capacitated dynamic lot sizing problems in closed- loop supply chain. *European Journal of Operational Research*, **198**, 810–821.

[13] Absi, N. and Kedad-Sidhoum, S. (2009). The multi-item capacitated lot-sizing problem with safety stocks and demand shortage costs. *Computer and Operations Research*, **36**, 2926–2936.

An Efficient Dynamic Programming Approach to Optimize Capacitated Lot-Sizing Problem

Vahid Hajipour[1], Mohammadreza Mohammadizadeh[1], Morteza Abbasi[2]

[1] Young Researchers and Elite Club, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran

[2] Department of Management and Soft Technologies, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

Abstract

In most industrial applications, determining production quantities are one of the most key decision making. In this paper, an integer mathematical programming model for lot-sizing problem with considering set-up time, safety stock, shortage cost, and different production manners, is presented. The objective is to minimize summation of production, set up, holding, and shortage costs. To solve the model, a forward dynamic programming (DP) approach is presented and compared with classical backward DP method. Finally, different numerical illustrations with different dimension are generated. The statistical analysis on computational results showed that the proposed DP approach is more applicable than the classical DP in terms of computational time.

Keywords: Mathematical Programming, Lot-sizing optimization problem, Dynamic programming.

Mathematics Subject Classification (2010): 68J20, 65Y20.