

## کنترل هماهنگ ساز با استفاده از الگوریتم $H_{\infty}$ برای سازه تحت بار زلزله با وجود دینامیک مدل نشده در سازه

جواد مصباحی\* و علاءالدین ملک<sup>۱</sup>\*

\* گروه عمران ، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی ۳۶۹۷ - ۱۹۳۹۵ ، تهران

\*\* گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه تربیت مدرس

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۳/۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۲/۵

**چکیده:** در این مقاله از کنترل هماهنگ‌ساز جهت سازه پنج طبقه Kajima Shizuoka تحت رکورد زلزله السنترو استفاده نموده و موفقیت آن در حفاظت لرزه‌ای ساختمان مورد ارزیابی قرار گرفته است. با توجه به جفت هماهنگ‌ساز، مقادیر اندازه تغییرمکان ( $e$ )، تغییرمکان نسبی بین طبقات ( $\epsilon$ ) و خطای موقعیت توازن  $E_C$  را موردنرسی قرار داده‌ایم. با استفاده از معادله دیفرانسیل مربوط به معادله حرکت و معادله حالت، ضرایب را مشخص و سپس با توجه به استفاده از نرم تابع و حل معادله ریکاتی کنترلر  $H_{\infty}$  را طوری طراحی نمودیم تا کنترلر نسبت به عدم قطعیت و دینامیک مدل نشده، مقاوم و از عملکرد خوبی برخوردار باشد. نتایج را به صورت شکل‌های مقایسه‌ای به دست آورده و ارائه گردید.

**واژه‌های کلیدی:** کنترل هماهنگ ساز، کنترل  $H_{\infty}$ ، دینامیک مدل نشده، معادله ریکاتی.

رده‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): .۳۴H۰۹، .۳۷H۹۹

### ۱ - مقدمه

از آنجایی که بارهای دینامیکی شدید می‌توانند موجب خرابی سازه‌های را فراهم سازند، مهندسین تلاش می‌کنند تا تخریب در اثر بارهای فوق‌الذکر را کاهش دهند. با به کارگیری تکنولوژی‌های کنترل لرزه‌ای یکی از راهکارهای کاهش پاسخ سازه‌ها در اعمال بارهای دینامیکی شدید است. کنترل سازه‌ها در قالب کنترل غیرفعال، کنترل نیمه فعال، کنترل فعال می‌باشند. در سیستم‌های

۱- آدرس الکترونیکی نویسنده مسئول مقاله: mala@modares.ac.ir

فعال و نیمهفعال، سنسورها اطلاعات را از سازه در طول زمان بارگذاری دینامیکی جمعآوری و به کنترل کننده ارسال می‌نمایند. تا پس از پردازش، توسط یک الگوریتم کنترلی نیروی کنترلی مناسب تعیین و سیگنال کنترلی به عملگرها ارسال می‌گردد و ارتعاشات سازه را کنترل می‌نماید. هدف الگوریتم‌های کنترلی، تعیین بهینه نیروی کنترلی و کاهش پاسخ ارتعاشی سازه می‌باشد [۲۰, ۱]. کاهش در پاسخ ارتعاشی باید به صورتی باشد تا نیروهای داخلی سازه نیز به مینیمم مقدار خود برسند. بدین منظور الگوریتم کنترلی باید طوری تنظیم شود تا جابجایی نسبی طبقات در بین درجات آزادی به مینیمم مقدار خود برسند، اصطلاحاً هماهنگ<sup>۱</sup> شوند. هماهنگی حرکتی در سیستم‌هایی که از چند عامل (agent) با مختصات مختلف اما برای انجام یک هدف مشترک به طور هماهنگ تشکیل شده‌اند از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۳]. در چنین کاربردهایی برای رسیدن به یک هدف مشترک، ابتدا باید مسیریابی صحیح انجام و پایداری و هماهنگی هر یک از زیر سیستم‌ها به وجود آید تا پایداری کل سیستم تأمین گردد. هماهنگی حرکتی بین زیر سیستم‌ها در حقیقت ارتباط بین حرکت‌نسبی آن‌ها می‌باشد. در بسیاری از سیستم‌های کنترلی علاوه بر نیاز به شروع و توقف هماهنگ زیر سیستم‌ها، هماهنگی بین موقعیت، سرعت و شتاب این زیر سیستم‌ها نیز از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد. همواره دینامیک مدل ریاضی که برای طراحی کنترل کننده بکار می‌رود با دینامیک واقعی سازه مطابقت نداشته و این عدم تطابق به دلیل نقص در سازه، تغییر جرم قرار گرفته روی سازه، تأثیر خستگی بر روی مصالح سازه، عدم شناسایی درست سازه و یا به دلیل عدم قرارگیری سنسورها و عملگرها در محل صحیح به وجود می‌آید. این عدم تطابق را می‌توان به صورت دینامیک مدل نشده و با عدم قطعیت در مدل‌سازی بیان نمود. هدف اصلی از کنترل کننده  $H_{\infty}$ ، کنترل و تنظیم خروجی‌های تنظیم شده می‌باشد. به‌گونه‌ای که اغتشاشات ورودی و عدم قطعیت مدل بر روی عملکرد سیستم تأثیری نداشته باشد. کنترل  $H_{\infty}$  بدترین پاسخ سیستم را به اغتشاشات و ورودی‌های ناشناخته کاهش می‌دهد، یا به عبارت دیگر ماکریم مقدار پاسخ سازه را در حوزه فرکانس به سبب اغتشاشات وارد مینیمم می‌نماید که در حقیقت کنترل کننده با مینیمم سازی نرم  $H_{\infty}$  تابع تبدیل خروجی‌های ارزیابی به ورودی‌های ناشناخته و اغتشاشی به این قابلیت دست می‌یابد. کنترل  $H_{\infty}$  عملکردی در جهت یینیمم‌سازی کلی پاسخها و نیروی‌های کنترلی، ا در بدترین شرایط دارد و باعث حداقل شدن جابجایی و جابجایی نسبی طبقات در سازه خواهد شد.

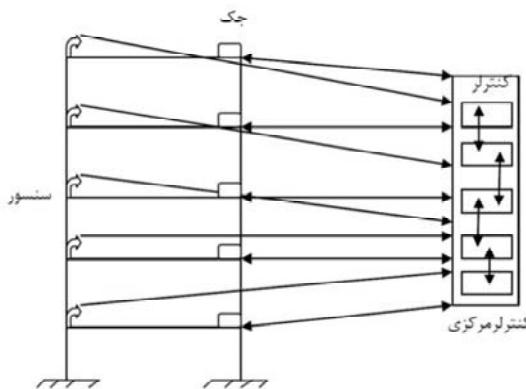
1 - Synchronize

2 motion synchronization

## ۲- هماهنگ‌ساز و تاریخچه هماهنگ‌ساز

یکی از پیامدهای هماهنگ‌سازی بین عوامل متعدد یک سیستم، هماهنگی بین پارامترهای مؤثر در حرکت بین عناصر متعدد آن سیستم می‌گردد. این موضوع باعث می‌گردد تا برخی از عوامل مورد نظر مدیران در کنترل و تنظیم آن سیستم رعایت گردد. مدیران تصمیم گیرنده در تنظیم امور سیستم‌ها ممکن است به مفاهیمی از قبیل امنیت در حرکت قطارها، پرواز هوایپیماها و کشتی‌ها نظر داشته باشند. ممکن است ما علاوه‌مند باشیم تا ساعت‌های عقربه‌ای با دقیقه عملکردی خوبی طراحی نماییم، لذا منطقی است که هماهنگی بین عقربه‌های ثانیه‌شمار، دقیقه‌شمار و ساعت‌شمار تنظیم گردد. گروهی از مدیران ممکن است به افزایش بهره‌وری جهت کاهش هزینه‌ها بیندیشند، لذا هماهنگ‌سازی پارامترهای مختلف طراحی، تولید و بهره‌برداری بایستی بر اساس قوانین موجود هر کشور تنظیم گردد تا بهره‌وری بیشتری و صرفه‌جویی مناسب انجام گیرد. این هماهنگ‌سازی‌ها هر چند در هر سیستم متفاوت روی پارامترهای مختلفی انجام می‌گردد، اما از لحاظ ریاضی ممکن است از یک اصول منطقی واحدی پیروی نمایند. مثلاً ممکن است برای مدیران بسیاری از سیستم‌های چند عامله هماهنگ‌سازی پارامترها برای صرفه‌جویی در وقت مهم باشد. برای مهندسین طراح ساختمان‌ها که سازه طراحی شده آن‌ها، تحت بار زلزله و بادهای شدید قرار می‌گیرند، اهمیت دارد تا جابجایی نسبی طبقات منبعث از زلزله را به گونه‌ای هماهنگ شده تنظیم نمایند تا حداقل خسارت ممکنه را در بدترین حالات داشته باشند. به همین دلیل با تعبیه سنسورها و جک‌های مخصوصی در طبقات مختلف با دریافت اطلاعات علمی زلزله جک‌های موردنظر را به صورت هماهنگ شده تنظیم نمایند. این مطلب می‌تواند با تنظیم و مینیمم‌سازی جابجایی نسبی در طبقات به هدف اصلی که همان کاهش خسارت مالی و جانی است دست یابند. با توجه به دانش نویسنده‌گان تاکنون محققی در رابطه هماهنگ‌سازی بین جابجایی نسبی در سازه تحت زلزله تحقیقاتی انجام نداده است. برای روشن شدن بیشتر مطلب هماهنگ‌سازی در شکل (۱) شماتیکی از عامل‌ها (طبقات)، سنسورها، کنترل‌گرها و عملگرها (جک) در سازه پنج طبقه آورده شده است.

کورن در سال ۱۹۸۰ تحقیقاتی در زمینه هماهنگ‌سازی بین محورهای چرخ‌ها انجام داده است [۴]. در سیستم‌های سنتی با عوامل متعدد، سیستم اطلاعات مربوط به هر عامل را دریافت و بدون بازخورد و مقایسه با عامل‌های دیگر، عملکردی (فرمان) را به سیستم می‌دهد. این موضوع باعث بعضی از خطاهای اجتناب‌نپذیر در سیستم می‌گردد. ازانجاکه حرکت با استفاده از عامل‌های متعدد، باید در جهت دستیابی به هدف یا اهداف موردنظر باشد، هرگونه اختلال در میان عوامل متعدد یک سیستم باعث اختلال کل سیستم می‌گردد. با استفاده از عملکرد هماهنگ‌ساز، می‌توان این اختلال‌ها را تنزل داده و حتی به صفر رساند. کلومینی در سال ۱۹۸۵ تحقیقاتی برای هماهنگ‌سازی در برنامه‌ریزی ماشین CNC انجام داد [۵].



شکل (۱): شماتیک کلی سازه پنج طبقه با پنج جک و پنج سنسور و پنج کنترلر و یک کنترل مرکزی

کورن و لو در سال ۱۹۹۱ در خصوص هماهنگسازی و کنترل کلاچ خودرو، تحقیقات وسیعی انجام داده‌اند [۶]. در سال ۲۰۰۳ سان برای اولین بار پیشنهاد یک کنترل هماهنگ‌ساز تطبیقی که از یک الگوریتم هماهنگ‌ساز نشئت‌گرفته بود را ارائه نموده است [۷]. این الگوریتم توانسته است با هماهنگ‌سازی باعث بهبود خطاهای عامل محورهای حرکتی متعدد را به صورت همگرا به سمت صفر سوق دهد. این مطالعه در بهبود خطاهای ماشین‌های CNC صنعتی کاربرد فراوانی دارد. سان و همکارانش در سال ۲۰۰۵ یک روش هماهنگ‌سازی برای ریدیابی مسیر ربات‌های موبایلی را پیشنهاد و تحقیقاتی در این زمینه انجام داده‌اند [۸]. در سال ۲۰۰۹ سان و تانگ تحقیقاتی در خصوص یک روش هماهنگ‌سازی برای مینیمم‌سازی خطاهای ابزار و ماشین‌آلات CNC داشتند. آن‌ها ثابت نمودند که چنین کنترلی می‌تواند همگرایی به سمت صفر را با هماهنگ‌سازی خطاهای در کنترل موقعیت گسسته‌سازی شده به وجود آورد [۹]. همچنین آن‌ها توانستند ریدیابی نقطه موردنظر را انجام دهند. در سال ۲۰۱۲ فرانسیسک یک مدل ریاضی برای محاسبه پاسخ کلی ارتعاش متصل به سیستم‌های مکانیکی ارائه نمود او با استفاده از مدل ارائه شده، استراتژی کنترل هماهنگ‌ساز ارتعاش سازه برای حفاظت از سیستم‌های لرزه‌ای را طراحی و پیشنهاد نمود. جیانگ و ژانگ در سال ۲۰۱۳ در خصوص برنامه‌ریزی حرکت و کنترل هماهنگ-ساز بر روی ربات فکدار تحقیقاتی انجام دادند [۱۰]. از قابلیت‌های هماهنگ‌ساز در سیستم‌های مکانیکی استفاده نموده و به برنامه‌های کاربردی آموزشی پرداخت. او با استفاده از چندین سیستم مکانیکی فلسفه طراحی سیستم‌های کنترل هماهنگ‌ساز را بررسی نمود. در سال ۲۰۱۴ گوانمین زو در یک مطالعه الگوریتم هماهنگ‌ساز را در سیستم‌های بازو مکانیکی تحقیق نموده و پیشنهاداتی ارائه نموده است [۱۱]. در خاتمه در سال ۲۰۱۵ مصباحی و ملک از سیستم هماهنگ‌ساز در سازه پنج طبقه با استفاده از الگوریتم کنترل  $LQG / H_\infty$  استفاده نموده‌اند که

کاهش خوبی در جایجایی نسبی طبقات به دست آوردند [۱۲]. در این تحقیق، هدف استفاده از سیستم هماهنگساز جهت بار زلزله و بادهای شدید در سازه طبقاتی جهت کاهش خسارت جانی و مالی با استفاده از الگوریتم  $H_{\infty}$  است. دو کنترل فوق دارای تفاوت‌هایی باهم می‌باشند. کنترل کننده  $H_{\infty}$  سبب کاهش ماکریم پاسخ‌های ارزیابی در حوزه فرکانس در اثر اغتشاشات ورودی می‌گردد و یا همان مینیمم سازی نرم  $H_{\infty}$ تابع تبدیل خروجی‌های ارزیابی به ورودی‌های ناشناخته و اغتشاشی و کنترل کننده  $H_2 / LQG$  سبب کاهش انرژی کنترلی به‌طور همزمان کاهش پاسخ‌های ارزیابی می‌گردد در حقیقت سبب کاهش سطح زیر نمودار تابع تبدیل خروجی‌های ارزیابی به ورودی‌های ناشناخته و اغتشاشی می‌شود. کنترل کننده  $H_{\infty}$  نسبت به کنترل کننده  $H_2 / LQG$  دارای ویژگی مقاوم بودن به ورودی‌های ناشناخته و اغتشاشی است.

### ۳- جفت کنترل کننده هماهنگ‌ساز

یک سیستم چندعاملی را در نظر بگیرید که  $n$  عامل از آن در یک فرآیند دخیل باشند، لذا نیاز به یک هماهنگ‌سازی برای تمام عامل‌ها می‌باشد. هدف کنترل هماهنگ‌سازی همه عامل‌ها است به‌طوری‌که عامل‌ها یک ارتباط سینماتیک خاصی را حفظ نمایند [۱۳]. تنظیم چند عامل برای حفظ ارتباط سینماتیکی می‌تواند به صورت راهنمایی و موقعیت دهی عامل‌ها در طول مزد (تحنی) از یک مجموعه بسته چند بعدی انجام پذیرد.  $(x, t)$  به عنوان یک تابع از متغیرهای زمان و مکان را در نظر می‌گیریم. در تابع  $S$  متغیر  $x$ ، متغیر فضای حالت و  $t$  متغیر زمان می‌باشد. مزد تابع  $(x, t)$  را به‌وسیله معادله  $\partial S(x, t) = 0$  بیان می‌نماییم. در یک ساختمان پنج طبقه که هر طبقه را یک عامل در نظر می‌گیریم فرض کنید که برای  $i = 1, \dots, 5$ ،  $(x_i, t)$  و  $x_i^d(t)$  ب ترتیب به عنوان متغیرهای کلی حالت و مقادیر مطلوب متغیر حالت در عامل  $i$  ام باشند.  $(x_i^d, t)$  در معادله مزد صدق می‌نماید لذا  $\partial S(x_i^d, t) = 0$  داریم. پس خطای متغیر حالت در عامل  $i$  ام به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$e_i(t) = x_i(t) - x_i^d(t), \quad i = 1, \dots, 5 \quad (1)$$

هدف کنترل هماهنگ‌ساز در هر یک از عامل‌ها، همگرا شدن متغیرهای حالت به مقادیر مطلوب  $x_i^d(t)$  به‌طوری‌که  $e_i \rightarrow 0$  وقتی‌که  $t \rightarrow \infty$ ، از سوی دیگر روابط را بر روی منحنی مطلوب  $\partial S(x_i, t) = 0$  حفظ کند، [۱۳].

### ۴- الگوریتم کنترلی در قالب کنترل هماهنگ ساز با بازخورد شتاب

معادله حرکت یک سازه تحت بارهای دینامیکی به شکل یک معادله دیفرانسیل درجه دوم به شکل زیر می‌باشد [۱۴].

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = B_o u(t) + L W(t) \quad (2)$$

وقتی که  $M$ ،  $C$  و  $K$  به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی سیستم هستند.  $q(t)$  بردار تغییر مکان طبقات،  $\dot{q}(t)$  بردار سرعت طبقات،  $\ddot{q}(t)$  بردار شتاب طبقات سازه  $u(t)$  و  $L$  به بردار نیروی کنترل و  $w(t)$  بردار تحريكات (ناشی از بار زلزله یا باد) می‌باشند.  $B_o$  و  $B$  به ترتیب ماتریس‌های مکان نیروی کنترل و تحريكات خارجی هستند. در سمت راست معادله (۲) وروهی‌های  $w(t)$  اختشاشی ناشی از زلزله و یا باد و  $u(t)$  نیروهای کنترلی عملگرها (جک‌ها) می‌باشند. در سمت چپ معادله (۲) خروجی‌های جابجایی یا جابجایی نسبی، سرعت و شتاب برای طبقات با فرمول‌بندی ریاضی قابل محاسبه می‌باشد. مدل فضای حالت این معادله حرکت، بستگی به نوع مختصات انتخابی دارد. به طور معمول این مدل (۲) در مختصات نodal و یا مختصات مودال بیان می‌شود. برای به دست آوردن مدل نodal معادله (۲)، با فرض غیر واحد بودن ماتریس جرم  $M$  می‌توان معادله (۲) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\ddot{q}(t) + M^{-1}C\dot{q}(t) + M^{-1}Kq(t) = M^{-1}B_o u(t) \quad (3)$$

از طرف دیگر با تعریف بردار حالت مشکل از جابجایی (تغییر مکان) و سرعت داریم  $x(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix}$ ، حال با مشتق‌گیری از طرفین این تساوی  $x(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \ddot{q}(t) \end{bmatrix}$  و استفاده از روابط ریاضی معادله حالت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B_o u(t) + B_o W(t) \quad (4)$$

که در آن  $B_o = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B_o \end{bmatrix}$  ماتریس حالت،  $A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$  ماتریس مکانی  $x(t)$ ، حال با مشتق‌گیری از طرفین این تساوی  $x(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \ddot{q}(t) \end{bmatrix}$  و استفاده از روابط ریاضی معادله حالت به صورت زیر بیان می‌شود: محرک داخلی و  $B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}L \end{bmatrix}$  ماتریس مکانی تحريكات خارجی وارد به سیستم می‌باشند. سیستم کلی (۵) را در نظر بگیرید. بازخورد شتاب در این سیستم به این معنی است که متغیر شتاب به عنوان خروجی‌های اندازه‌گیری می‌باشد [۱۴].

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}(t) = AX(t) + B_o u(t) + B_o W(t) \\ Z(t) = C_o X(t) + D_{o1} W(t) + D_{o2} u(t) \\ y(t) = C_i X(t) + D_{i1} W(t) + D_{i2} u(t) + v \end{array} \right. \quad (5)$$

وقتی که  $Z(t)$  خروجی پارامترهای ارزیابی کلی سیستم (۵)،  $y(t)$  خروجی‌های سنسورها و  $v$  نویز سنسور می‌باشد. در این مطالعه سنسورها ایده‌آل و بدون هیچ گونه نویزی در نظر گرفته

شده‌اند). ماتریس‌های  $D_{12}, D_{11}, C_1$  در خروجی کلی  $Z(t)$  به ترتیب متناظر با شتاب، سرعت و جابجایی یا جابجایی نسبی بین طبقات می‌باشد که  $C_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$ ،  $D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}L \end{bmatrix}$  و  $D_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B \end{bmatrix}$  برای جابجایی نسبی با کمی تغییر قابل ارائه می‌باشد. همچنین ماتریس‌های  $D_{21}, C_2$  در  $y(t)$  متناظر با شتاب، سرعت و جابجایی یا جابجایی نسبی بوده و بر اساس اینکه چه نوع سنسوری در مدل استفاده گردد، این خروجی‌ها داده می‌شوند. در مطالعه اگر سنسور شتاب مدنظر باشد آنگاه  $D_{21} = \begin{bmatrix} M^{-1}B \\ -M^{-1}K - M^{-1}C \end{bmatrix}$  و  $D_{22} = \begin{bmatrix} M^{-1}L \\ M^{-1} \end{bmatrix}$  تعریف می‌گردد [۱۵].

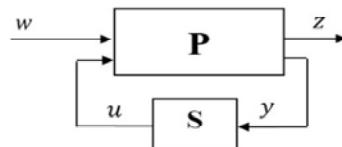
## ۵- الگوریتم کنترل $H_\infty$

در این مقاله برای کنترل تغییر مکان، تغییر مکان نسبی یا شتاب از سیستم‌های فعال استفاده گردید. برای انجام بهینه کنترل فوق ممکن است از یکی از الگوریتم‌های کنترلی  $H_\infty / LQG$  یا  $H_\infty$  استفاده نمود. در این مقاله استفاده از الگوریتم  $H_\infty$  مورد بررسی قرار می‌گیرد که برای مینیمم نمودن بیشترین تغییر مکان نسبی، استفاده از روش کنترل هماهنگ ساز  $H_\infty$  مناسب است. در حقیقت نرم  $H_\infty$  یک مقیاس برای بدترین پاسخ مدل در طول بارگذاری (یا اغتشاش خارجی) می‌باشد [۱۶]. نرم  $H_\infty$  برای تابع تبدیل  $G$  عبارت است از:

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sigma(G(j\omega)) \quad (6)$$

هدف اصلی از الگوریتم کنترل کننده  $H_\infty$  مینیمم ساختن بیشترین تأثیر اغتشاشات ورودی بر روی خروجی‌های تنظیم شده می‌باشد. کنترل  $H_\infty$  پایداری و عملکرد سیستم را در برابر عدم قطعیت و اغتشاشات خارجی با نرم کران دار تضمین می‌کند. برای این منظور عدم قطعیت به صورت یک ورودی خارجی ناشناخته ولی با نرم کران دار در نظر گرفته می‌شود. با مینیمم سازی نرم  $H_\infty$  تابع تبدیل  $G$  حلقه بسته از ورودی‌های اغتشاشی به خروجی‌های تنظیم شده پایداری سیستم را حفظ می‌نماییم [۱۶]. شکل ۲ یک سیستم حلقه بسته را نشان می‌دهد.  $P$  پلان وضعیت سازه به همراه سنسور کنترلی و جک‌های کنترلی می‌باشد و  $S$  کنترل کننده می‌باشد که بازخورد کنترلی  $u$  را با توجه به خروجی‌های اندازه‌گیری شده  $y$  محاسبه نموده و به مدل سیستم  $P$  وارد می‌کند و  $W$  به عنوان ورودی اغتشاشی مدل، ناشی از پدیده زلزله و  $z$  به عنوان خروجی ارزیابی مدل می‌باشند. رابطه (۷) دینامیک سازه  $P$  را با توجه به ورودی‌های  $u$  نیروی

کنترلی حاصل از عملگرها (جک‌ها)،  $w$  اغتشاش حاصل از زلزله یا باد و خروجی‌های، ارزیابی  $z$  و اندازه‌گیری  $y$  (حاصل از سنسورها) را نشان می‌دهند.



شکل (۲): مدل حلقه بسته سیستم و سنسورهای کنترل کننده

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ Z \\ Y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} X \\ W \\ U \end{bmatrix} \quad (7)$$

تابع تبدیل حلقه بسته رابطه (7) را به صورت زیر بیان می‌نماییم:

$$Z = G(P, S)W \quad (8)$$

وقتی که  $Z$  خروجی کلی سیستم،  $G$  تابع تبدیل و  $w$  اغتشاشات ورودی حاصل از پدیده‌های زلزله و باد می‌باشد.

#### ۶ - الگوریتم کنترل مقاوم $H_\infty$ جهت دینامیک مدل نشده

در مسائل دنیای واقعی همواره مدل ریاضی که برای طراحی کنترل کننده بکار می‌رود با دینامیک واقعی سازه مطابقت ندارد. به همین دلیل عدم قطعیت و یا به نوعی دینامیک مدل نشده در مدل به وجود خواهد آمد. این دینامیک مدل نشده به دلیل نقص در سازه، عدم شناسایی درست سازه و یا به دلیل عدم قرارگیری سنسورها و عملگرها در محل صحیح، به وجود می‌آید. لذا لازم می‌باشد تا کنترل کننده به شکلی طراحی گردد تا نسبت به این عدم قطعیت‌ها و دینامیک مدل نشده مقاوم باشد و سیستم کنترلی از عملکرد خوبی برخوردار گردد. هدف کنترل مقاوم  $H_\infty$  پیدا کردن کنترل کننده‌ای پایدارساز بهنحوی که اثر  $w$  را بر  $z$  به کمترین مقدار ممکن برساند و نرم  $H_\infty$  به صورت رابطه (9) می‌شود

$$\|G(P, S)\|_\infty = \sup_{\omega \neq 0} \frac{\|Z\|_r}{\|W\|_r} = \sup_{\omega \neq 0} \bar{\sigma}(G(P, S)(j\omega)) \quad (9)$$

که  $\bar{\sigma}$  ماکریم مقدار ویژه تابع تبدیل  $G$  و  $\omega$  فرکانس در فضای مختلط می‌باشد. در عمل طراحی کنترل کننده‌ای نزدیک نقاط بهینه موضعی بسیار آسان‌تر و زمان کمتری می‌برد. بهاین ترتیب مسئله  $H_\infty$  زیر بهینه مطرح می‌شود و هدف از آن به دست آوردن کنترل کننده زیر بهینه‌ای تحت عنوان  $S_{\text{sub}}$  می‌باشد،  $\omega$  در رابطه نرم  $H_\infty$  زیر صدق کند،  $\gamma$  یک مقدار بزرگ‌تر از صفر می‌باشد ( $\gamma > 0$ ) [۱۷]

$$\|G(P, S_{\text{sub}})\|_\infty < \gamma. \quad (10)$$

با استفاده از پارامترهای رابطه (۷) و معادلات ریکاتی، با یک زیر مسئله روبرو می‌گردیم که در آن زیر بهینه کنترل  $H_\infty$  دارای یک پاسخ یکتا خواهد بود و مقادیر  $X_\infty, Y_\infty$  و  $\gamma$  به دست خواهند آمد [۱۷]. در این صورت سه مورد زیر صادق است.

۱- یک ماتریس  $X_\infty \in \mathbb{R}^{n \times n}$  وجود دارد که در معادله ریکاتی زیر صدق می‌کند:

$$X_\infty A + A^T X_\infty + X_\infty \left( \gamma^{-1} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \right) X_\infty + C_1 C_1^T = 0$$

۲- یک ماتریس  $Y_\infty \in \mathbb{R}^{n \times n}$  وجود دارد که در معادله ریکاتی زیر صدق می‌کند:

$$AY_\infty + Y_\infty A^T + Y_\infty \left( \gamma^{-1} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \right) Y_\infty + B_1 B_1^T = 0$$

۳-  $\rho(X_\infty, Y_\infty)$  که  $\rho(X_\infty, Y_\infty) < \gamma$  می‌باشد.

یعنی بزرگ‌ترین مقدار ویژه این ماتریس پاسخ این تابع می‌باشد.

بهاین ترتیب کنترل کننده  $H_\infty$  بهصورت زیر به دست خواهد آمد:

$$K_{\text{sub}} = \begin{bmatrix} A_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & O \end{bmatrix} \quad (11)$$

وقتی که

$$A_\infty = A + \gamma^{-1} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2$$

$$F_\infty = -B_1 X_\infty, L_\infty = -Y_\infty C_2^T, Z_\infty = (1 - \gamma^{-1} Y_\infty X_\infty)^{-1}$$

$$F_\infty \in \mathbb{R}^{q \times n}, L_\infty \in \mathbb{R}^{n \times p}, Z_\infty \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

معادلات جبری ریکاتی فوق توسط Matlab Robust Toolbox حل گردید تا مجهول‌های  $A_\infty$ ،  $B_\infty$  و  $Z_\infty$  به دست آیند. با استفاده از مقادیر فوق  $A_c$ ،  $B_c$ ،  $C_c$  و  $D_c$  بهصورت زیر توصیه می‌گردد:

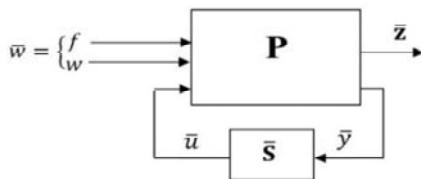
$$A_\infty = A + \gamma^{-1} B_1 B_1 X_\infty + B_1 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_1 \quad (12)$$

که در آن  $A_c$ ،  $A_\infty$ ،  $B_c$ ،  $B_\infty$  و  $D_c$  کنترل‌کننده‌های دینامیکی می‌باشند. حال کافی است پارامترهای ارزیابی الگوریتم کنترلی را طوری تعریف کنیم که علاوه بر هدف تنظیم خروجی‌ها، هدف هماهنگ‌سازی را نیز تأمین کند. به دلیل اینکه در کنترل سازه هدف کنترل ارتعاش سازه می‌باشد لذا جابجایی‌های درجات آزادی سازه را به عنوان خطای متغیر حالت در نظر گرفته و به عنوان خروجی‌های تنظیم شده معرفی می‌نماییم. سپس مینیمم نمودن اختلاف بین درجات آزادی‌های متواالی به عنوان هدف کنترل هماهنگ‌ساز تعريف می‌شود. هدف کنترل هماهنگ‌ساز سبب هماهنگی در جابجایی‌ها و کاهش نیروهای داخلی حالت با دینامیک مدل نشده را می‌شود. در طراحی کنترل‌کننده  $H_\infty$  این امکان وجود دارد که با در نظر گرفتن دینامیک مدل نشده به عنوان نوعی از ورودی‌های اغتشاشی کنترل‌کننده را نسبت به این دینامیک‌های ناشناخته مقاوم طراحی نمود. مدل فضای می‌توان بهصورت زیر نشان داد:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + B_1 W(t) + B_f f(t) \\ Z(t) = C_1 X(t) + D_{11} W(t) + D_{1f} f(t) \\ y(t) = C_f X(t) + D_{21} W(t) + D_{2f} f(t) + v \end{cases} \quad (13)$$

که  $f(t)$  دینامیک مدل نشده سیستم می‌باشد. با در نظر گرفتن نیروی دینامیکی تصادفی، ورودهای اغتشاشی بهصورت  $\bar{W} = [w^T \quad f^T]^T$  بازنویسی می‌شوند که دارای مؤلفه‌های قطعی و تصادفی هستند و به طور متناظر ماتریس‌های  $[B_1 \quad B_f]$  و  $[D_{21} \quad D_{2f}]$  تعریف می‌شوند، لذا سیستم قطعی (۵) به سیستم قطعی-تصادفی زیر تبدیل می‌گردد. شکل ۳ نشان‌دهنده مدل حلقه بسته سیستم به همراه دینامیک مدل نشده و سنسورهای کنترل‌کننده می‌باشد.

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}(t) = A\bar{X}(t) + \bar{B}_1 \bar{W}(t) + B_f \bar{u}(t) \\ \bar{Z}(t) = C_1 \bar{X}(t) + \bar{D}_{11} \bar{W}(t) + D_{1f} \bar{u}(t) \\ \bar{y}(t) = C_f \bar{X}(t) + \bar{D}_{21} \bar{W}(t) + D_{2f} \bar{u}(t) + v \end{cases} \quad (14)$$



شکل (۳): مدل حلقه بسته سیستم به همراه دینامیک مدل نشده و سنسورهای کنترل کننده

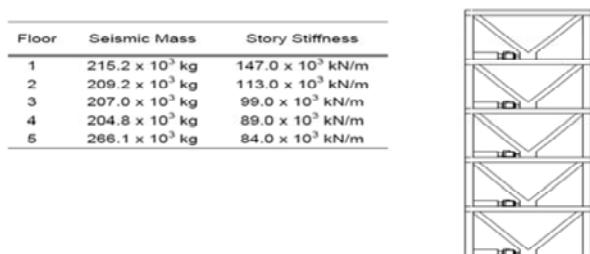
آنگاه تابع تبدیل حلقه بسته (۸) برای فضای حالت قطعی- تصادفی به صورت رابطه (۱۵) بیان شود:

$$\bar{Z} = G(p, \bar{S}) \bar{W} \quad (15)$$

هدف به دست آوردن کنترل کننده  $\bar{S}$  برای مینیمم ساختن نرم  $H_{\infty}$  تابع تبدیل  $G(p, \bar{S})$  از  $\bar{W}$  به  $\bar{Z}$  می‌باشد. حال با فرض  $\beta \leq \|f(t)\|$  که  $\beta$  یک مقدار ثابت و مشخص می‌باشد، می‌توان کنترل کننده دلخواه این تابع تبدیل را با استفاده از رابطه (۱۵)-(۱۲) به دست آورد. به این ترتیب کنترلی مقاوم در برابر دینامیک مدل نشده و اغتشاش خارجی طراحی خواهد شد.

## ۷- مدل سازه مورد ارزیابی

در این بخش مدل یک سازه ۵ طبقه در نظر گرفته شده است که مشابه ساختمان Kajima Shizuoka می‌باشد؛ که دارای عملگرهای هیدرولیک می‌باشد و در بین هر دو طبقه همسایه قرار گرفته است، (نگاه کنید به شکل ۴) معادله حرکت این ساختمان می‌تواند توسط معادله (۲) که یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم می‌باشد ارائه شود. در اثر زلزله (شتاب زمین) نیروی زلزله (تحريكات خارجی) بر سازه اعمال می‌گردد. نیروی زلزله اعمالی بر سازه به تناسب جرم (وزن) هر طبقه در طبقات توزيع می‌گردد [۱۷].



شکل (۴): مدل یک ساختمان ۵ طبقه مشابه ساختمان Kajima Shizuoka که در آن جرم‌ها و سختی‌ها برای کلیه طبقات آورده شده است [۱۹، ۱۸].

$K, C, L, B_0, M$  به ترتیب ماتریس‌های جرم، مکان نیروی کنترل، تحریکات خارجی، میرایی و سختی داده شده به شرح زیر می‌باشد:

$$M = 10^7 \times \begin{bmatrix} 215/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 209/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 207/0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -19 & 204/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 266/1 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L = -M \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = 10^5 \times \begin{bmatrix} 650/4 & -231/1 & 0 & 0 & 0 \\ -231.1 & 548/9 & -202/5 & 0 & 0 \\ 0 & -202/5 & 498/6 & -182/0 & 0 \\ 0 & 0 & -182/0 & 466/7 & -171/8 \\ 0 & 0 & 0 & -171/8 & 318/5 \end{bmatrix},$$

$$K = 10^6 \times \begin{bmatrix} 260 & -113 & 0 & 0 \\ -113 & 212 & -99 & 0 \\ 0 & -99 & 188 & -89 \\ 0 & 0 & -89 & 173 \\ 0 & 0 & 0 & -84 \end{bmatrix}$$

با میرایی به مقدار ۵٪، فرکانس‌های مربوطه به شرح زیر به دست آمده است.

$$\omega_i = \{ 42/542, 36/426, 28/225, 17/742, 6/334 \}$$

که جرم بر حسب کیلوگرم  $kg$ ، ضریب میرایی بر حسب  $K, C, L, B_0, M$  و ضریب سختی بر حسب  $N/m$  می‌باشد. در سازه فوق سه سنسور شتاب در طبقات اول، سوم و پنجم لحاظ شده که شتاب این طبقات را به کنترلر فرستاده و کنترلر با تخمین متغیرهای حالت نیروی کنترلی مناسب را تولید می‌کند. با استفاده از ماتریس‌های تبدیل، رکوردهای شتاب سنجها را به پاسخ‌های جابجایی و سرعت تبدیل می‌نماییم. با توجه به بردار حالت (جابجایی و سرعت) مدل‌سازی، خروجی‌های اندازه‌گیری شده از جنس شتاب در رابطه (۱۴) (با فرض نویز برابر صفر) به صورت

$$\bar{y}(t) = C_r x(t) + \bar{D}_{r1} \bar{w}(t) + D_{r2} \bar{u}(t)$$

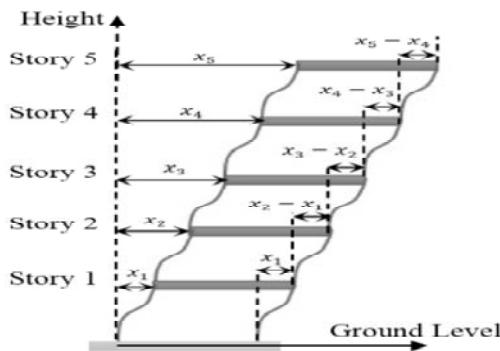
$$\bar{D}_{r1} = \eta \times [M^{-1}L \quad D_{r1}] \quad \text{و} \quad D_{r2} = \eta \times [M^{-1}B_0], \quad C_r = \eta \times [-M^{-1}K \quad -M^{-1}C]$$

می‌باشد و  $\eta$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

برای اعمال الگوریتم کنترلی  $H_\infty$  در قالب کنترل هماهنگساز در این مدل ساختمانی، لازم است خطای متغیرهای حالت را از مقادیر مورد انتظار تعیین نموده و سپس در خروجی‌های ارزیابی معرفی نماییم؛ بنابراین جابجایی هر طبقه را به عنوان متغیر حالت برای تعیین خطا در نظر می‌گیریم، مقادیر مورد انتظار برای خطا صفر می‌باشد. لذا خطای متغیرهای حالت در هر لحظه برابر با اندازه جابجایی مطلوب طبقات می‌باشد و هدف از الگوریتم کنترلی رساندن این مقادیر به صفر می‌باشد، (شکل ۵). برداری را که اندازه جابجایی طبقه در آن آورده شده است به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\epsilon = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \quad (16)$$



شکل (۵): تغییر مکان و تغییر مکان نسبی طبقات

از طرفی برای هدف هماهنگسازی تغییر مکان نسبی بین طبقات، بردار  $\epsilon$  به عنوان مرز  $S(x, t)$  شامل مؤلفه‌های حداکثر تغییرات جابجایی بین طبقات در نظر گرفته می‌شود، به طوری که بر روی مرز تغییر مکان بر روی منحنی مطلوب  $\partial S(x, t) = 0$  باشد. به این ترتیب تغییر مکان نسبی بین طبقات  $\epsilon$ ، به عنوان خطای هماهنگسازی در نظر گرفته می‌شود، (شکل ۵) تغییر مکان نسبی بین طبقات (دریفت) به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\epsilon(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1, (x_2 - x_1), (x_3 - x_2), (x_4 - x_3), (x_5 - x_4)) \quad (17)$$

کوچک شدن تغییر مکان نسبی طبقات سبب تغییر مکان منظم سازه می‌شود و این امر سبب کاهش نیروهای داخلی سازه می‌گردد. همچنین خطای موقعیت توأم<sup>۱</sup> را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

1 -Coupled Position Error

$$E_c = (I + \alpha T) e \quad (18)$$

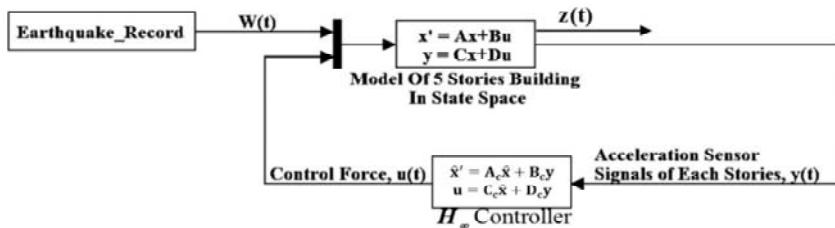
که با توجه به معادله (۱۶) و (۱۷)،  $T$  به عنوان ماتریسی برای به دست آوردن اختلاف جابجایی طبقات تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = Te \quad (19)$$

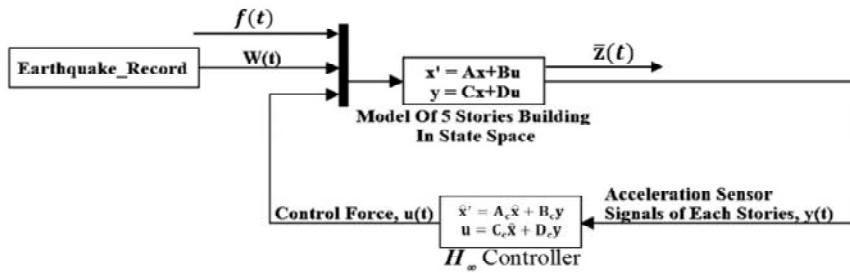
$$T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

و  $\alpha$  ماتریس یکه است، به این ترتیب ماتریس  $(I + \alpha T)$  معکوس پذیر و با میل  $e$  به سمت صفر،  $E$  نیز به صفر می‌کند و برعکس [۱۳]. توجه داشته باشید که طراحی ریاضی این مسئله تاکنون به گونه‌ای بوده است که خروجی  $Z$  بتواند هم اهداف تنظیم خروجی و هم اهداف هماهنگ‌سازی بین خطای جابجایی نسبی برای هر دو طبقه مجاور را تنظیم نماید. سازه فوق در نرم‌افزار MATLAB در محیط شبیه‌سازی شده برای زلزله‌های مختلف مدل‌سازی شد (شکل ۶). در این مدل در ابتدا رکورد زلزله،  $W(t)$ ، به مدل سازه وارد شده و سپس پاسخ‌های ارتعاشی سازه توسط سنسورهای شتاب،  $y(t)$ ، به کنترل کننده انتقال داده می‌شود. درنهایت کنترل کننده نیروی مناسب کنترلی  $u(t)$ ، را به سازه وارد می‌کند که درنتیجه ارتعاشات بیش از حد سازه کنترل می‌شود.

متغیر  $\hat{x}$ ، متغیر حالت تخمین زده شده می‌باشد که از طریق شتابهای اندازه‌گیری شده توسط کنترلر تخمین زده می‌شود.



شکل (۶): مدل شماتیک شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB برای یک زلزله با الگوریتم کنترلی  $H_\infty$



شکل (۷): مدل شماتیک شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB برای یک زلزله با الگوریتم کنترلی  $H_{\infty}$  مقاوم

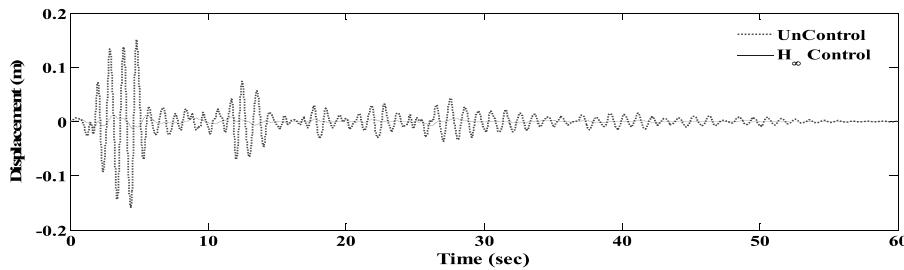
همچنین در این سازه فرض شده است که دینامیک مدل نشده به صورت یک ورودی ناشناخته، با توجه به معادله (۱۳) در فضای حالت تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} f(t) &= 0 / 0.2 \sin(10t) \\ B_f &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \end{aligned} \quad (20)$$

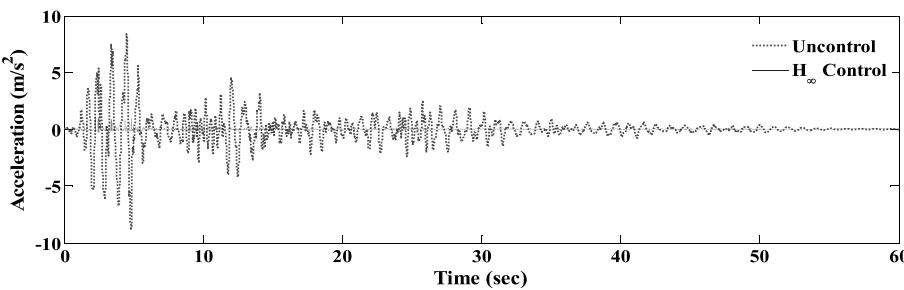
$D_{1f}$  و  $D_{2f}$  هم به طور متناظر با خروجی‌های تعریف شده تنظیم شدند، سپس با تشکیل  $\bar{A}$ ،  $\bar{B}_{11}$  و  $\bar{B}_{21}$  با توجه به این دینامیک مدل نشده کنترل کننده  $H_{\infty}$  ای مقاوم به آن طراحی می‌شود. در بخش ۸ مدل‌سازی نتایج حاصل از کنترل کننده  $H_{\infty}$  در مقایسه با کنترل  $H_{\infty}$  مقاوم در نظر گرفتن همراه با این دینامیک مدل نشده مورب‌رسی قرار می‌گیرد.

#### ۸- شبیه‌سازی عددی

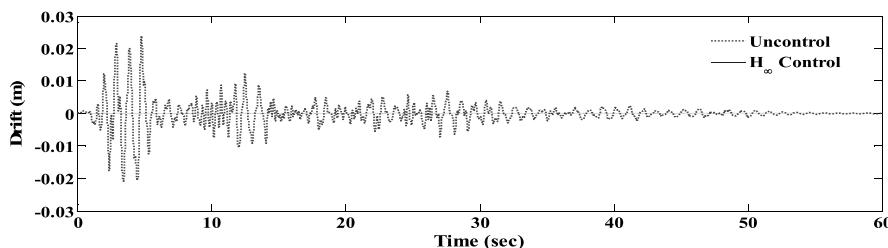
برای بررسی الگوریتم کنترلی طراحی شده مدل سازه را تحت زلزله سنترو (El Centro, 1940) در دو حالت بدون کنترلر و با کنترلر تحلیل شده است و نتایج حاصل از تحلیل را برای اهداف تنظیم خروجی و هماهنگ‌سازی در نمودارهای تاریخچه زمانی پاسخ سازه نمایش داده شده است. شکل ۸ تا شکل ۱۰ خروجی جابجایی شتاب و جابجایی نسبی طبقه پنجم سازه فوق را در دو حالت کنترل شده و نشده تحت زلزله سنترو نشان می‌دهد.



شکل (۸): نمودار تاریخچه زمانی جابجایی طبقه پنجم در دو حالت کنترل شده با الگوریتم  $H_\infty$  و کنترل نشده تحت زلزله السنترو



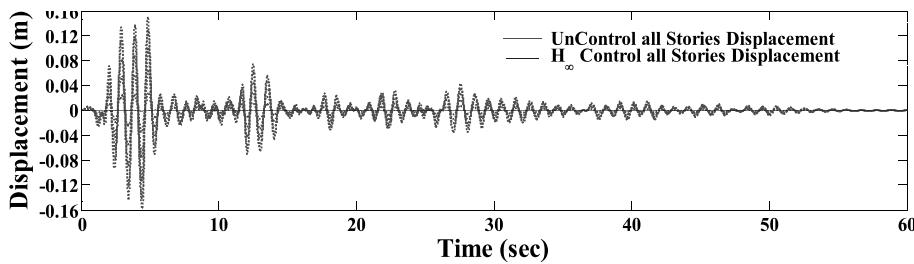
شکل (۹): نمودار تاریخچه زمانی شتاب طبقه پنجم در دو حالت کنترل شده با الگوریتم  $H_\infty$  و کنترل نشده تحت زلزله السنترو



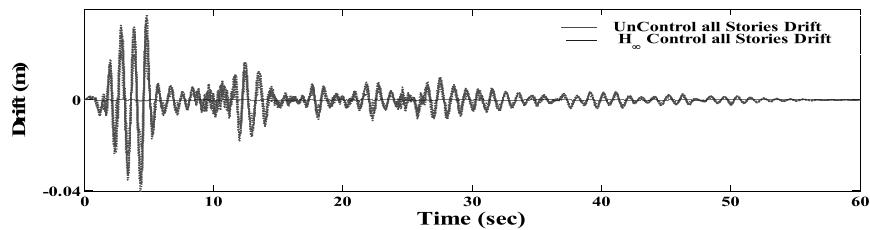
شکل (۱۰): نمودار تاریخچه زمانی جابجایی نسبی (دریفت) طبقه پنجم در دو حالت کنترل شده با الگوریتم  $H_\infty$  و کنترل نشده، تحت زلزله السنترو

با توجه به شکل ۸ تا شکل ۱۰ به خوبی مشخص است که الگوریتم کنترلی پیشنهادی به خوبی توانسته است از ارتعاش بیش از حد سازه جلوگیری نماید و این امر سبب کاهش نیروهای داخلی سازه و همچنین کاهش خسارات وارد به سازه در هنگام وقوع زلزله می‌گردد. از سوی دیگر اهداف

کنترل هماهنگ ساز نیز علاوه بر تنظیم خروجی سازه بهمگرا شدن  $E_c$ ,  $e$  به سمت صفر در حالی که  $\infty \rightarrow t$ , در شکل ۸ تا شکل ۱۰ تحت زلزله السنترو تأمین شده است. شکل ۱۱ جابجایی هر پنج طبقه را در حالت کنترل شده و کنترل نشده در یک گراف نشان می‌دهد. کاهش جابجایی طبقات و همگرا شدن آنها به سمت صفر تحت عنوان خطای متغیر حالت برای تمام طبقات مانند طبقه پنجم حاصل گردید. شکل ۱۲ جابجایی نسبی (دریفت) هر پنج طبقه را در حالت کنترل شده و کنترل نشده در یک شکل را نشان می‌دهد. کاهش جابجایی نسبی طبقات و همگرا شدن آنها به سمت صفر تحت عنوان خطای متغیر حالت برای تمام طبقات بهمانند طبقه پنجم اتفاق افتاده است. با توجه به شکل‌های ۱۱ و ۱۲، همگرا شدن جابجایی و جابجایی نسبی به سمت صفر برای تمام طبقات بیانگر انتخاب مناسب روش کنترلی می‌باشد.

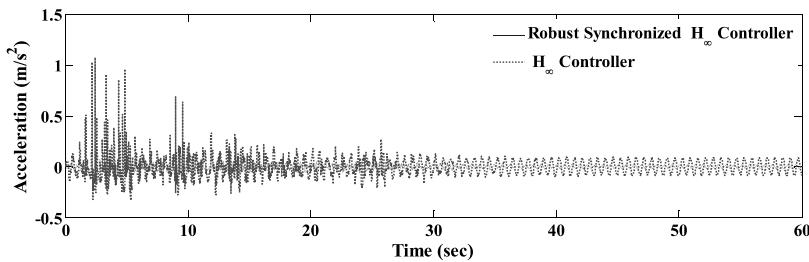


شکل (۱۱): جابجایی هر پنج طبقه در حالت کنترل شده با الگوریتم  $H_\infty$  و کنترل نشده تحت زلزله السنترو

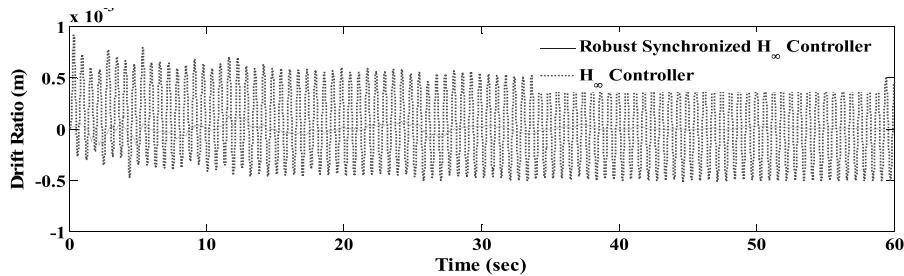


شکل (۱۲): جابجایی نسبی هر پنج طبقه در حالت کنترل شده با الگوریتم  $H_\infty$  و کنترل نشده تحت زلزله السنترو

در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ شتاب و جابجایی نسبی طبقه پنجم را که با دو کنترل کننده  $H_\infty$  متفاوت مدل‌سازی شده است، تحت بار زلزله السنترو نشان می‌دهد، کنترل کننده اول ( $H_\infty$ ) بدون در نظر گرفتن دینامیک مدل نشده طراحی شده و نسبت به آن مقاوم نیست و کنترل کننده دوم (Robust Synchronized  $H_\infty$ ) نسبت به دینامیک مدل نشده مقاوم می‌باشد.

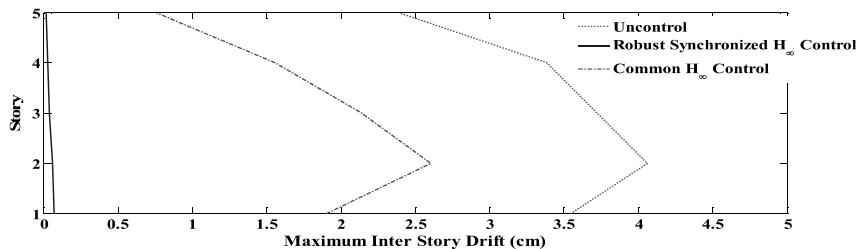


شکل (۱۳): نمودار تاریخچه زمانی شتاب طبقه پنجم در دو حالت با کنترل کننده  $H_\infty$  و کنترل کننده  $H_\infty$  مقاوم تحت زلزله السنترو

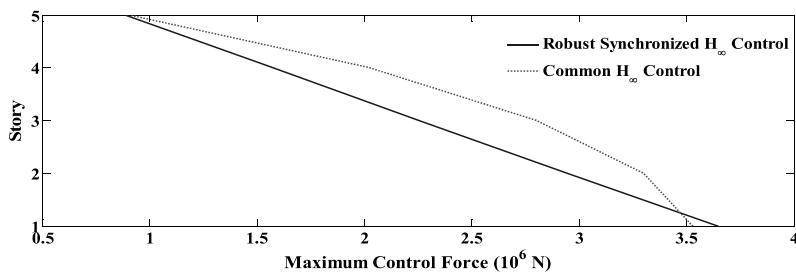


شکل (۱۴): نمودار تاریخچه زمانی دریفت طبقه پنجم در دو حالت با کنترل کننده  $H_\infty$  و کنترل کننده  $H_\infty$  مقاوم تحت زلزله السنترو

همان طور که در شکل های ۱۳ و ۱۴ دیده می شود، کنترل کننده  $H_\infty$  مقاوم کاملاً اثر دینامیک ناشناخته را توانسته تعدیل نماید. این در حالی است که در پاسخ سیستم کنترلی با کنترل کننده  $H_\infty$  (نوع اول) تأثیر دینامیک مدل نشده کاملاً دیده می شود. این تأثیر در مقایسه با پاسخ بدون کنترل مدل بسیار کوچک گردیده است. هر چند در این مقاله نشان دادیم (نگاه کنید به شکل های ۱۳ و ۱۴) که با طراحی الگوریتم کنترلی مقاوم، تأثیرات فوق به سمت صفر می کند. برای به دست آوردن مزیت کنترل کننده ها، ما کریم م تغییر شکل نسبی طبقات را با کنترل هماهنگ ساز  $H_\infty$  و کنترل  $H_\infty$  و سیستم بدون کنترل به دست آورده و نتایج را به صورت شکل ۱۵ نشان داده شده است. ما کریم نیرو کنترلی طبقات مورد نیاز را با کنترل هماهنگ ساز  $H_\infty$  و کنترل  $H_\infty$  را به دست آورده و نتایج را به صورت شکل ۱۶ ارائه می گردد (با مقیاس ۳/۴۱۷ به ۱). در شکل ۱۷ مقایسه تاریخچه زمانی نیروی کنترلی در طبقه پنجم با کنترل مقاوم هماهنگ ساز  $H_\infty$  و کنترل  $H_\infty$  تحت زلزله السنترو را نشان می دهد. با توجه به شکل ۱۵، ۱۶ و ارجحیت کنترل هماهنگ ساز  $H_\infty$  به کنترل  $H_\infty$  را نشان می دهد.



شکل (۱۵): ماکریم تغییر مکان نسبی طبقات با کنترل هماهنگ ساز  $H_{\infty}$ ، کنترل  $H_{\infty}$  و بدون کنترل تحت زلزله السنترو



شکل (۱۶): ماکریم تیرو کنترلی طبقات با کنترل هماهنگ ساز  $H_{\infty}$  و کنترل  $H_{\infty}$  تحت زلزله السنترو

شکل (۱۷): مقایسه تاریخچه زمانی نیروی کنترلی در طبقه پنجم با کنترل مقاوم هماهنگ ساز  $H_{\infty}$  و کنترل  $H_{\infty}$  تحت زلزله السنترو

#### ۹- نتیجه‌گیری و مقایسه

در این مقاله فرمول‌بندی به‌طور کاربردی و شبیه‌سازی ریاضی برای حل مسئله کنترل هماهنگ برای سازه‌های تحت زلزله انجام پذیرفت. مطالعه یک سیستم کنترلی هماهنگ‌ساز با الگوریتم  $H_{\infty}$  برای یک ساختمان پنج طبقه طراحی و سپس کارایی آن ارزیابی گردید. محاسبات عددی که با تعریف خطای متغیر حالت و خطای هماهنگ‌سازی در خروجی‌های تنظیم شده می‌توان به‌خوبی اهداف الگوریتم کنترل هماهنگ‌ساز را تأمین نموده و علاوه بر آن با تنظیم این دو خطای مقادیر شتاب و جابجایی نسیی هر طبقه نیز کاهش می‌یابد که به طبع آن مقادیر، نیروی وارد به طبقه و نیروهای داخلی سازه نیز کاهش خواهد یافت. از سوی دیگر الگوریتم  $H_{\infty}$  این امکان را

برای طراح فراهم می‌سازد که حتی با وجود دینامیک مدل نشده در سیستم، پایداری و عملکرد سیستم را در حد بسیار مطلوبی حفظ نماید. درمجموع می‌توان نتیجه گرفت که با همانگسازی مناسب تنظیم خروجی تا حد بسیار زیادی می‌توان سازه را در برابر آسیب ایمن نگاه داشت و از خسارات جانی و مالی ناشی از زلزله جلوگیری نمود. جدول شماره ۱ مقایسه‌ای بین جابجایی‌های نسبی طبقات در استفاده از روش‌های مختلف را ارائه می‌نماید. همانطوری که مشاهده می‌گردد، حتی با وجود دینامیک ناشناخته  $f(t) = 0.02 \sin(10t)$ ، تغییرات جابجایی نسبی در سازه، کار آیی روش‌های سیستم هماهنگ‌ساز کنترل<sup>۱</sup>  $H_\infty$  و سیستم مقاوم کنترل<sup>۲</sup>  $H_\infty$  نسبت به روش سیستم بدون کنترل<sup>۳</sup> و روش با سیستم کنترل هماهنگ ساز<sup>۴</sup>  $LQG / H_2$  بدون دینامیک ناشناخته، بهتر می‌باشند. در جدول شماره ۱ مراکزیم تغییرمکان نسبی طبقات با شرایط مختلف کنترلی تحت زلزله السنترو آمده است،

جدول (۱): مراکزیم تغییرمکان نسبی طبقات با شرایط مختلف کنترلی تحت زلزله السنترو (میلی‌متر)

طبقه	وضعیت	بدون دینامیک ناشناخته			
		بدون دینامیک ناشناخته	Synchronized $H_\infty$ با دینامیک ناشناخته	Synchronized $H_\infty$ با دینامیک ناشناخته	-Un control
اول		۱	۱۲	۱۸	۳۶
دوم		۰/۸	۸	۱۹	۴۱
سوم		۰/۷	۶	۱۷	۳۷
چهارم		۰/۵	۴	۱۵	۳۲
پنجم		۰/۱	۳	۱۰	۲۵

## مراجع

- [1] Aldemir, U. Arcan, Y. and Mehmet, B. (2012). Control of Structural Response Under Earthquake Excitation, *Computer- Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 27, 620-638.

- 1- Synchronized  $H_\infty$  controller  
 2- Robust Synchronized  $H_\infty$  controller  
 3 - Un-control  
 4 - Synchronized  $H_2/LQG$  controller

- [2] Sundaram, S., Sriram, N. and Satish, N. (2012). Direct adaptive neural controller for the active control of earthquake-excited nonlinear base-isolated, *Structural Control and Health Monitoring*, **19**, 370 – 384.
- [3] Jiang, Jin. and De, YD. (2012). Motion planning and synchronized control of the dental arch generator of the tooth - arrangement robot. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, **9**, 94 – 102.
- [4] Yoram, Koren. (1980). Cross - Coupled Biaxial Computer Controls for Manufacturing *Dynamic Systems Measurement and Control*, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **102**, 265 – 272.
- [5] Kulkarni, P.K. and Srinivasan, K. (1985). Cross Coupled Compensators for Contouring Control of Multi-Axial Machine Tools, in Proceedings of the 13 th North American Manufacturing.
- [6] Koren, Y. and Lo, Ch. (1991). Variable- Gain Cross - Coupling Controller for Contouring. *Annal of CIRP*, **40**, 371 – 374.
- [7] Sun, D. (2004). Adaptive Coupling Control of Two Working Operations in CNC Integrated Machines, *ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, **125**, 662 – 665.
- [8] Sun, D. Feng, G. Lam, C. M. and Dong, H. (2005). Orientation control of a differential mobile robot through wheel synchronization, *IEEE /ASME Transactions on Mechatronics* **10**, 345 – 351.
- [9] Sun, D. and Tong, M. C. (2009). A Synchronization Approach for the Minimization of Contouring Errors of CNC Machine Tools. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, **6**, 720 – 729.
- [10] Jiang, J. G. and Zhang, Y.D. (2012). Motion planning and synchronized control of the dental arch generator of the tooth-arrangement robot, *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, **9**, 94 - 102.
- [11] Zhao, D., Zhu, Q. Li, S. and Gao, F. (2013). Synchronized Control of Mechanical Systems: A Tutorial. *Applied Methods and Techniques for Mechatronic Systems*, Springer Berlin Heidelberg, 1-25.
- [12] Mesbahi, J. and Malak, A. (2015). Synchronized Control for Five-Story Building under Earthquake Loads. *Journal of Applied Mathematics*. Article ID 507306.

- [13] Sun, Dong. (2010). *Synchronization and Control of Multi-agent systems*: CRC Press, New York, NY, USA.
- [14] Alma, Marouane. Martinez, J. Ioan, D. Landau. And Buche, G. (2011). Design and Tuning of Reduced Order H - infinity Feedforward Compensators for Active Vibration Control. *Control Systems Technology, IEEE Transactions*, **20**, 554 - 561.
- [15] Gawronski, and Wodek, K. (2004). *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*. New York: Springer.
- [16] Zhou, K. and Doyle, J C. (1998). *Essentials of robust control*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- [17] Moghaddam, H. (2002). *Earthquake Engineering Theory and Application*. Tehran: Frahang
- [18] Rubió, M. Palacios, J. Quiñonero, J. and Rossell, M. (2011). Decentralized static output feedback  $H_\infty$  controller design for buildings under seismic excitation. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **41**, 1199-1205.
- [19] Kurata, N. Kobori, T. Takahashi, M. Niwa, N. and Midorikawa, H. (1999). Actual seismic response controlled building with semi active damper system. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **28**, 1427 - 1447.

## H<sub>∞</sub> Technique for Five Story Buildings Under Seismic Loads and Uncertainty Process Using Synchronized Control

Javad Mesbahi\* and Alaeddin Malek\*\*

\*Department of Civil, Payame Noor University, Tehran, Iran

\*\*Department of Applied Mathematics, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

### Abstract

In this paper, synchronized control is used for five story structure of Kajima Shizuoka under the EL - Centro earthquake load (1940) seismic record. According to coupled values of displacement, drift and position error the related partial differential equation for motion and state is solved successfully. The Riccati equation is solved based on the close loop transfer function with respect to uncertainty parameters and random dynamic processes. Numerical simulations along with comparisons are made to evaluate the efficiency of this hybrid technique.

**Keywords:** Synchronized Control, H<sub>∞</sub>control, Random dynamic, Riccati Equation.

**Mathematics Subject Classification (2010):** 37H99, 34H05.