



پیش گویی فضایی-زمانی میدان های تصادفی نامانای تفکیک ناپذیر مبتنی بر تجزیه تاکر تانسور کوواریانس

سمیرا سعادت و محسن محمدزاده*
گروه آمار، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

دبیر مسئول: رحیم چینی پرداز

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۵/۱۲

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۷/۱۷

چکیده: در تحلیل داده های فضایی-زمانی، متداول ترین روش برای لحاظ کردن ساختار همبستگی فضایی-زمانی داده ها، استفاده از تابع کوواریانس است، که معمولاً نامعلوم است و باید بر اساس مشاهدات برآورد شود. این روش نیازمند محدود کننده ای از قبیل مانایی، همسانگردی و تفکیک پذیری برای میدان تصادفی است. هر چند پذیرش این فرض ها برازش مدل های معتبر به تابع کوواریانس فضایی-زمانی را تسهیل می کند، اما ضرورتاً این فرض ها در مسائل کاربردی محقق نیستند. در این مقاله، به منظور تسریع محاسبه پیشگویی فضایی-زمانی برای یک میدان تصادفی نامانا و تفکیک ناپذیر، یک مدل احتمالی بر اساس تجزیه تانسور کوواریانس فضایی-زمانی مبتنی بر تجزیه تاکر مورد بررسی قرار می گیرد. سپس نحوه کاربست روش مطرح شده برای پیشگویی کردن انرژی باد براساس داده های فضایی-زمانی سرعت باد در ۳۱ ایستگاه هواشناسی کشور ایران نشان داده می شود.

واژه های کلیدی: داده های فضایی-زمانی، کوواریانس فضایی-زمانی، میدان تصادفی نامانا و تفکیک ناپذیر، تجزیه تاکر.

رده بندی ریاضی: 62M20; 62H11

۱ مقدمه

مشاهداتی که در طول زمان و بر حسب مکان قرارگیری در فضای مورد مطالعه به هم وابسته اند، داده های فضایی-زمانی هستند. یکی از اهداف تحلیل آماری داده های فضایی-زمانی، پیش گویی مقدار نامعلوم کمیت مورد مطالعه در موقعیت های فضایی و لحظه های زمانی دلخواه براساس بردار مشاهدات است. معمولاً برای مدل بندی داده های فضایی-زمانی از یک میدان تصادفی فضایی-زمانی به صورت $\{Z(s, t) : s \in D \subset \mathbb{R}^2, t \in T \subset \mathbb{R}^+\}$ و برای لحاظ کردن ساختار همبستگی فضایی-زمانی داده ها در فاصله مکانی h و فاصله زمانی t از تابع کوواریانس فضایی-زمانی به صورت $C(h, u) = Cov[Z(s+h, t+u), Z(s, t)]$ استفاده می شود، که نامعلوم است و باید بر اساس مشاهدات برآورد شود. پذیرش فرض هایی از قبیل مانایی و تفکیک پذیری برازش مدل های معتبر به تابع کوواریانس فضایی-زمانی را تسهیل می کند. اما در برخی از مسائل کاربردی این فرض ها واقع گرایانه نیستند. و لازم است در مدل سازی ساختار همبستگی، به منظور بهبود پیشگویی فضایی-زمانی، از میدان های تصادفی نامانا با توابع کوواریانس فضایی-زمانی تفکیک ناپذیر استفاده کرد.

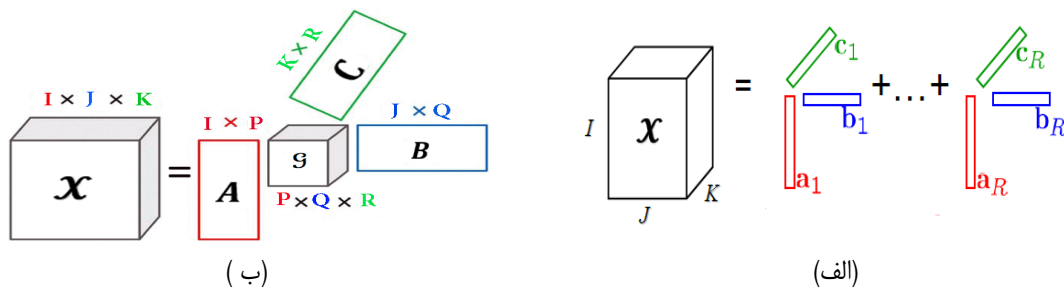
*نویسنده مسئول مقاله

پیشگویی قابل اعتماد سرعت وزش باد در برخی حوزه‌ها از قبیل ایمنی هوانوردی، ایمنی سازه‌های ساختمانی، مدیریت انرژی باد و انتقال آلاینده‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است. اغلب ابزارهای پیشگویی سرعت باد مبتنی بر پدیده‌های فیزیکی [۱۰] یا تحلیل دقیق داده‌های آماری [۱۲] هستند. گاهی هم ترکیبی از مدل‌های فیزیکی و ابزارهای آماری هستند [۱۱]. با وجود ابزارهای مختلف پیشگویی، لازم است عدم قطعیت‌های ناشی از منابع مختلف از قبیل دانش ناکامل مربوط به قوانین فیزیکی از روند و شرایط مرزی، داده‌های ناکافی، خطاهای اندازه‌گیری و محاسباتی، همچنین تقریب‌های حاصل از مدل‌سازی آماری، مورد توجه قرار گیرد.

[۴] یک چارچوب احتمالی که در بردارنده یک مجموعه چهار مرحله‌ای براساس تجزیه تانسور ماتریس کوواریانس فضایی-زمانی است، برای یک میدان تصادفی نامانا و تفکیک‌ناپذیر [۲] پیشنهاد کردند که از انعطاف‌پذیری بالایی برای تطبیق با تغییرات میدان تصادفی برخوردار هستند. [۳] ساختار همبستگی فضایی-زمانی یک میدان تصادفی نامانا و تفکیک‌ناپذیر را با استفاده از تانسور کوواریانس فضایی-زمانی تعیین نمودند و پیشگویی فضایی-زمانی مبتنی بر تجزیه چندضلعی کانونی (CP) را روی مجموعه داده‌های سرعت باد در کشور ایرلند انجام دادند. [۱۴، ۱] مدل‌بندی داده‌های فضایی-زمانی با حضور داده‌های گمشده را ارائه کردند. در این مقاله، به منظور رسیدن به نتایج دقیق‌تر به بررسی ساختار همبستگی فضایی-زمانی یک میدان تصادفی نامانا و تفکیک‌ناپذیر با استفاده از تجزیه تانسور کوواریانس فضایی-زمانی مبتنی بر تجزیه تاکر پرداخته خواهد شد و در مطالعه‌ای شبیه‌سازی دقت پیشگویی‌ها مبتنی بر تجزیه CP و تجزیه تاکر مورد ارزیابی و مقایسه قرار می‌گیرد. در انتها نحوه بکارگیری روش ارائه شده برای تحلیل داده‌های سرعت باد ایران نشان داده خواهد شد.

۲ تجزیه‌های تاکر و کانونی تانسور

تانسور تعمیمی از مفاهیم اسکالر، بردار و ماتریس است که ساده‌ترین حالت آن می‌تواند دارای یک عضو باشد و تانسور اسکالر نامیده می‌شود. تانسور مرتبه یک، یک بردار، تانسور مرتبه دو، یک ماتریس و تانسورهای مراتب سه و بالاتر تانسورهای مرتبه بالا نامیده می‌شوند. تانسورها از آن جهت مورد استفاده قرار می‌گیرند که باعث ایجاد نظم بین داده‌های یک مسئله و دسته‌بندی اطلاعات آن می‌شوند و بستر ریاضی مناسب و ساده‌ای را برای فرمول‌بندی و حل مسائل متعدد در مباحث گوناگون نظیر آمار فضایی-زمانی فراهم می‌کنند. تجزیه تانسور اولین بار توسط [۷] معرفی شد، اما کمتر مورد توجه قرار گرفت تا زمانی که [۱۳] و [۹] روش‌های مختلف تجزیه تانسور را مطرح کردند و باعث انجام پژوهش‌های متنوعی بر اساس تجزیه تانسور شد. دو نوع اصلی از تجزیه تانسورها، تجزیه تاکر و تجزیه CP هستند.



شکل ۱: تجزیه‌های تانسور مرتبه سه، الف-تجزیه CP، ب-تجزیه تاکر

تجزیه CP، یک تانسور را به مجموع تانسورهای با رتبه کمتر تجزیه می‌کند. برای مثال، یک تانسور مرتبه سه در فضای اقلیدسی $I \times J \times K$ بعدی، $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ ، با استفاده از تجزیه CP به مؤلفه‌های رتبه یک به صورت

$$\mathcal{X} \approx \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r =: [\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}] \quad (۱.۲)$$

تجزیه می‌شود، که در آن R یک عدد صحیح مثبت، $\mathbf{a}_r \in \mathbb{R}^I$ ، $\mathbf{b}_r \in \mathbb{R}^J$ ، $\mathbf{c}_r \in \mathbb{R}^K$ ، همچنین $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times P}$ و $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{J \times Q}$ و $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{K \times R}$ ماتریس‌های فاکتور هستند و نماد \circ نشان‌دهنده ضرب خارجی بین دو بردار اقلیدسی در فضای سه‌بعدی است، که نتیجه آن برداری عمود بر هر دو بردار اولیه است. مؤلفه‌های تانسور (۱.۲) به صورت

$$\mathcal{X}_{ijk} \approx \sum_{r=1}^R a_{ir} b_{jr} c_{kr} \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K,$$

نوشته می‌شود، که در شکل ۱-الف نشان داده شده است. تجزیه تاکر نیز هر تانسور مرتبه سه را به یک تانسور هسته ضرب شده در سه ماتریس مانند شکل ۱-ب به صورت

$$\sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R g_{pqr} \mathbf{a}_p \circ \mathbf{b}_q \circ \mathbf{c}_r =: [\mathcal{G}; A, B, C] \quad (۲.۲)$$

تجزیه می‌کند، که در آن $A \in \mathbb{R}^{I \times P}$ ، $B \in \mathbb{R}^{J \times Q}$ و $C \in \mathbb{R}^{K \times R}$ ماتریس‌های فاکتور و $\mathcal{G} \in \mathbb{R}^{P \times Q \times R}$ تانسور هسته و ورودی‌های آن سطح تعامل بین مؤلفه‌های مختلف را نشان می‌دهد. تجزیه عنصر به عنصر تاکر مرتبه سه در (۲.۲) به صورت

$$x_{ijk} \approx \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R g_{pqr} a_{ip} \circ b_{jq} \circ c_{kr}, \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K,$$

است، که در آن P ، Q و R تعداد مؤلفه‌ها (ستون‌ها) به ترتیب در ماتریس‌های فاکتور A ، B و C هستند.

۳ معرفی مدل

فرض کنید سرعت باد در موقعیت فضایی s و لحظه زمانی t با میدان تصادفی $Z(s, t, \theta)$ نشان داده شود، که در آن θ نشان‌دهنده عدم قطعیت موجود در آن است. فرض کنید سرعت باد در موقعیت‌های فضایی $s_i : i = 1, \dots, N_s$ و لحظه‌های زمانی $t_j : j = 1, \dots, N_t$ اندازه‌گیری شده است و مقادیر آن در بردار

$$Z(\theta)^T = \{Z(s_1, t_1, \theta), Z(s_2, t_1, \theta), \dots, Z(s_{N_s}, t_1, \theta), Z(s_1, t_2, \theta), \dots, Z(s_{N_s}, t_{N_t}, \theta)\}^T$$

ارائه شده است. تابع کوواریانس فضایی میدان تصادفی در لحظه زمانی t به صورت

$$\text{Cov}(Z(s_i, t, \theta), Z(s_j, t, \theta)) = E\{[Z(s_i, t, \theta) - \bar{Z}(s_i, t)][Z(s_j, t, \theta) - \bar{Z}(s_j, t)]\} \quad (۱.۳)$$

تعریف می‌شود، که ماتریس کوواریانس آن به صورت تانسور مرتبه سه با اندازه $N_s N_t \times N_s N_t$ است و با C نمایش داده می‌شود. اکنون پیشگویی میدان تصادفی بر اساس تابع کوواریانس (۱.۳) طی شش مرحله ارائه می‌شود.

- مرحله ۱- جمع‌آوری و آماده‌سازی داده‌ها: در صورت وجود روندهای فصلی یا دوره‌ای، داده‌ها روند زدوده شوند.
- مرحله ۲- برآورد کوواریانس: بر اساس داده‌های روند زدوده ماتریس کوواریانس تجربی یا تانسور محاسبه شود.
- مرحله ۳- تجزیه تانسور ماتریس کوواریانس: درایه‌های ماتریس تانسور کوواریانس C به صورت زیر ایجاد شود.

$$c_{i,j,k} = E\{(Z(s_i, t_k, \theta) - \bar{Z}(t_k, \theta))(Z(s_j, t_k, \theta) - \bar{Z}(t_k, \theta))\}. \quad (۲.۳)$$

مرحله ۴- تجزیه‌های تانسور CP و تاکر ماتریس کوواریانس C به ترتیب به صورت

$$\widehat{C}_{CP} = \left[\sum_{r=1}^R \lambda_r \cdot \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \right] \circ \mathbf{c}, \quad \lambda_r \in \mathbb{R}, \quad \mathbf{a}_r, \mathbf{b}_r \in \mathbb{R}^{N_s}, \quad \mathbf{c}_r \in \mathbb{R}^{N_t} \quad (۳.۳)$$

$$\widehat{C}_{Tucker} = \left[\sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R g_{pqr} \cdot \mathbf{a}_p \circ \mathbf{b}_q \right] \circ \mathbf{c}, \quad g_{pqr} \in \mathbb{R}, \quad \mathbf{a}_p, \mathbf{b}_q \in \mathbb{R}^{N_s}, \quad \mathbf{c} \in \mathbb{R}^{N_t} \quad (۴.۳)$$

محاسبه شوند، که در آن \widehat{C} تقریبی از تانسور کوواریانس C است.

مرحله ۵- خطای تقریب \widehat{C} به صورت

$$er_C = \frac{\|C - \widehat{C}\|_{Fr}}{\|C\|_{Fr}} \quad (۵.۳)$$

محاسبه شود، که در آن $\|\cdot\|_{Fr}$ نرم فروبنیوس است که به صورت $\|C\|_{Fr}^2 = \sum_{i=1}^{I_1} \sum_{j=1}^{I_2} \sum_{k=1}^{I_3} c_{i,j,k}^2$ تعریف می‌شود [۸].

مرحله ۶- پیش‌گویی میدان تصادفی مبتنی بر دو تجزیه CP و تاکر به ترتیب به صورت

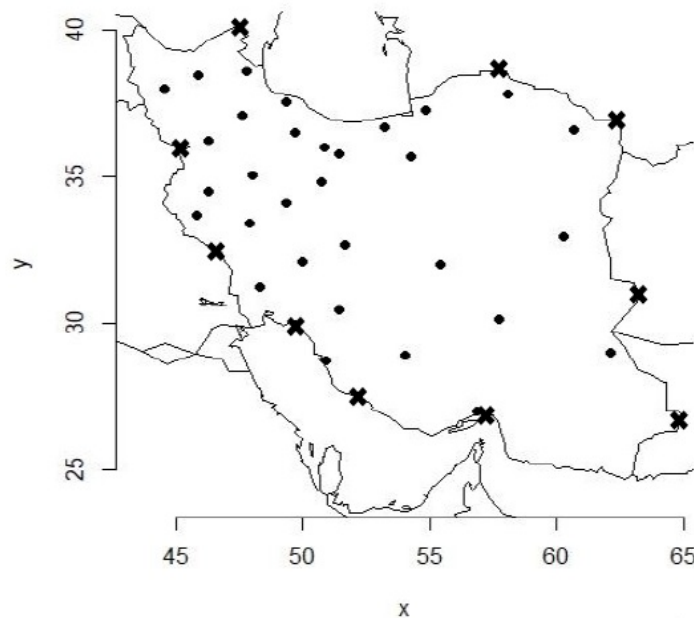
$$Z_{CP}(\theta) = \bar{Z} + \sum_{r=1}^R \sqrt{\lambda_r} \mathbf{a}_r \sqrt{c^T} \eta_r, \quad \lambda_r \in \mathbb{R}, \quad \mathbf{a}_r \in \mathbb{R}^{N_s}, \quad \mathbf{c} \in \mathbb{R}^{N_t} \quad (۶.۳)$$

$$Z_{Tucker}(\theta) = \bar{Z} + \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R \sqrt{g_{pqr}} \mathbf{a}_p \sqrt{c^T} \eta_{pqr}, \quad g_{pqr} \in \mathbb{R}, \quad \mathbf{a}_p \in \mathbb{R}^{N_s}, \quad \mathbf{c} \in \mathbb{R}^{N_t} \quad (۷.۳)$$

محاسبه شوند، که در آن η_r ها عضوهای یک مجموعه از متغیرهای تصادفی مستقل با میانگین صفر هستند.

۴ مطالعه شبیه‌سازی

در این بخش عملکرد پیش‌گویی مبتنی بر دو تجزیه CP و تاکر براساس میانگین توان دوم خطای پیش‌گویی مورد ارزیابی و مقایسه عددی قرار می‌گیرد. در این مطالعه شبیه‌سازی ۱۰ موقعیت از بین ۱۰۰ موقعیت جغرافیایی مرز ایران مطابق شکل ۲ انتخاب شده است.



شکل ۲: موقعیت ایستگاه‌های سنجش سرعت باد در ۳۱ استان کشور (دایره توپر) ۱۰ موقعیت مرزی منتخب (ضربدر).

ساختار همبستگی فضایی-زمانی تفکیک‌ناپذیر آن از مدل نایتینگ [۵] به صورت

$$C(h, u) = \frac{\sigma^2}{1 + |u|^\lambda} \exp \left\{ \frac{-||h||^\nu}{(1 + |u|^\lambda)^{\gamma \nu}} \right\}, \quad \lambda, \nu \in (0, 2], \quad \gamma \in [0, 1].$$

در نظر گرفته شده است، که در آن h و u به ترتیب تأخیرهای فضایی و زمانی هستند. بر اساس این تابع کوواریانس و موقعیت‌های در نظر گرفته شده یک میدان تصادفی گاوسی تولید می‌شود. هر یک از موقعیت‌ها به ترتیب کنار گذاشته شده و میانگین توان دوم خطای اعتبارسنجی متقابل (CVMSE) پیش‌گویی‌ها مبتنی بر تجزیه‌های CP و تاکر به ازای مقادیر مختلف $\lambda = 0.1, 1, \nu = 0.1, 1$ و $\sigma^2 = 0.5, 1, 2$ محاسبه شده است.

مقایسه جدول‌های ۱ و ۲ بیانگر آن است که به ازای $\lambda = 0.1, \nu = 0.1, 1$ و $\gamma = 0.1, 0.5, 1$ همواره پیش‌گویی براساس مدل تاکر نسبت به مدل CP از دقت بیشتری برخوردار است. مقایسه جدول‌های ۱ و ۲ بیانگر آن است که به ازای $\lambda = 0.1, \nu = 0.1, 1$ و $\gamma = 0.1, 0.5, 1$ همواره پیش‌گویی براساس مدل تاکر نسبت به مدل CP از دقت بیشتری برخوردار است. مقایسه جدول‌های ۳ و ۴ بیانگر آن است که به ازای $\lambda = 1, \nu = 0.1, 1$ و $\gamma = 0.1, 0.5, 1$ همواره پیش‌گویی براساس مدل تاکر نسبت به مدل CP از دقت بیشتری برخوردار است. مقایسه جدول‌های ۲ و ۴ بیانگر آن است که به ازای $\lambda = 0.1, \nu = 1$ و $\gamma = 0.1, 0.5, 1$ همواره پیش‌گویی براساس مدل تاکر نسبت به مدل CP از دقت بیشتری برخوردار است.

جدول ۱: میانگین توان دوم خطای اعتبارسنجی متقابل برای پیش‌گویی‌ها براساس تجزیه‌های CP و تاکر به ازای $\lambda = 0.1$ و $\nu = 0.1$

تجزیه تاکر			تجزیه CP			موقعیت	γ
$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 0.5$	$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 0.5$		
1/13	0/96	0/42	1/23	1/05	0/45	1	
1/80	1/36	0/37	2/44	1/44	0/60	2	
1/58	0/97	0/84	2/03	1/13	0/87	3	
1/52	0/53	0/42	2/90	0/64	0/47	4	
3/07	0/95	0/39	3/21	1/17	0/54	5	0/1
1/26	0/81	0/47	2/09	1/22	0/69	6	
0/96	0/71	0/37	0/98	0/90	0/40	7	
1/02	0/71	0/45	2/05	0/82	0/67	8	
1/29	1/10	0/44	3/06	1/74	0/62	9	
0/93	0/74	0/67	1/30	0/85	0/69	10	
2/02	1/21	0/44	2/90	1/38	0/61	1	
1/30	0/59	0/25	1/35	0/85	0/50	2	
1/63	0/88	0/24	3/19	1/38	0/79	3	
1/79	1/10	0/60	2/36	1/35	0/97	4	
0/99	0/83	0/41	1/64	0/85	0/74	5	0/5
1/52	1/42	0/30	3/17	1/46	0/91	6	
0/87	0/52	0/24	1/30	0/79	0/29	7	
1/31	0/94	0/84	1/75	1/25	0/92	8	
1/29	0/95	0/35	2/31	1/03	0/50	9	
2/01	0/99	0/21	2/79	1/58	0/31	10	
0/68	0/40	0/23	0/97	0/55	0/32	1	
0/61	0/54	0/48	0/96	0/56	0/50	2	
0/92	0/50	0/16	1/03	0/88	0/41	3	
1/05	0/84	0/52	1/74	0/95	0/77	4	
0/71	0/55	0/28	0/76	0/67	0/50	5	1
1/40	0/90	0/73	1/99	0/98	0/80	6	
0/93	0/70	0/60	1/07	0/87	0/62	7	
0/99	0/65	0/57	1/89	0/97	0/60	8	
0/92	0/53	0/40	1/25	0/67	0/65	9	
1/62	0/49	0/19	1/78	0/58	0/31	10	

۵ تحلیل داده‌های سرعت باد

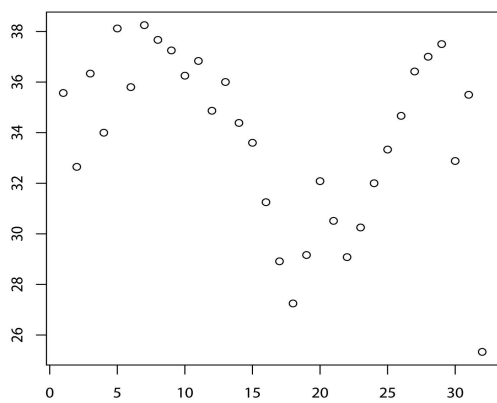
در این بخش، داده‌های متوسط سرعت باد روزانه از ابتدای سال ۲۰۰۰ تا پایان ۲۰۱۶ میلادی (۱۱ دی‌ماه سال شمسی ۱۳۷۹ تا ۱۰ دی‌ماه ۱۳۹۵) در سی و یک ایستگاه هواسنجی کشور که از سایت <https://www.tutiempo.net/clima> قابل دسترسی است، تحلیل آماری شده و با استفاده از مدل ارائه شده در بخش ۳ اقدام به پیش‌گویی فضایی-زمانی متوسط سرعت باد در بازه‌های هفتگی و ماهانه شده است.

برای بررسی مانایی میدان تصادفی، نمودار مقادیر $Z(s_i, t_j)$ در مقابل مولفه‌های طول و عرض جغرافیایی در شکل ۳، رسم شده است. چون نقاط در هریک از نمودارهای الف و ب از یک الگوی مشخص پیروی می‌کنند، این امر بیانگر نامانایی میدان از حیث میانگین است. رسم نمودارهای سری زمانی متوسط سرعت باد روزانه در تمام ایستگاه‌ها در طول زمان، بیانگر وجود اثر فصلی در داده‌ها است. بنابراین لازم است ابتدا اثر فصلی از داده‌ها حذف، و تغییرات باقیمانده‌ها به صورت آماری مدل‌بندی شود. برای شناسایی اثر فصلی، نمودار پراکنش متوسط سرعت باد روزانه همه استان‌ها در شانزده سال اول در شکل ۴ رسم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود یک الگو برای متوسط سرعت باد در طول یک سال قابل مشاهده است. در این نمودار نقاط نشان دهنده متوسط سرعت باد روزانه همه ایستگاه‌ها در شانزده سال اول و منحنی رسم شده بیانگر اثر فصلی برآورد شده است.

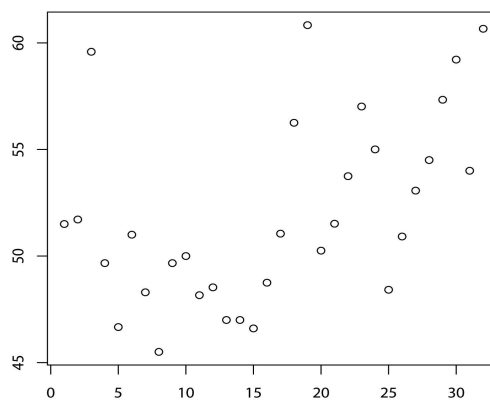
برای بررسی فرض همگنی واریانس در داده‌های فضایی-زمانی از نمودار انحراف معیار در مقابل میانگین استفاده می‌شود. رسم انحراف معیار متوسط‌های فضایی در مقابل متوسط‌های زمانی بیانگر ناهمگنی واریانس است. اما وقتی تبدیل ریشه دوم روی داده‌ها اعمال می‌شود،

جدول ۲: میانگین توان دوم خطای اعتبارسنجی متقابل برای پیش گویی ها براساس تجزیه های CP و تاکر به ازای $\lambda = 0.1$ و $\nu = 1$

تجزیه تاکر			تجزیه CP			موقعیت	γ
$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 0.5$	$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 0.5$		
1/20	0/96	0/44	1/33	1/12	0/46	1	
1/47	0/98	0/10	1/98	1/07	0/93	2	
1/28	1/02	0/56	2/47	1/10	0/65	3	
1/26	0/79	0/58	1/84	0/86	0/62	4	
0/94	0/49	0/11	1/19	0/59	0/26	5	0/1
1/28	0/66	0/38	1/61	1/08	0/58	6	
1/23	0/92	0/16	2/03	1/17	0/46	7	
1/81	1/01	0/14	2/52	2/17	0/86	8	
1/48	0/84	0/44	3/03	1/24	0/50	9	
1/93	1/09	0/70	2/53	1/79	0/85	10	
1/67	0/60	0/49	1/79	1/53	0/51	1	
1/47	0/91	0/59	2/18	1/08	0/64	2	
1/34	1/01	0/74	1/57	1/16	0/97	3	
1/36	0/75	0/57	2/13	0/81	0/65	4	
1/12	0/85	0/43	2/06	1/05	0/55	5	0/5
2/40	0/86	0/51	2/50	1/39	0/68	6	
1/13	0/63	0/45	1/63	0/78	0/66	7	
1/62	0/73	0/43	2/52	1/06	0/53	8	
1/74	0/79	0/21	2/06	1/10	0/61	9	
1/57	0/75	0/65	2/82	1/53	0/75	10	
1/46	0/73	0/60	3/59	1/03	0/71	1	
1/65	1/27	0/63	2/01	1/34	0/85	2	
2/52	1/25	0/63	3/09	2/35	0/98	3	
1/30	1/04	0/56	2/42	1/16	0/61	4	
2/82	1/03	0/57	3/40	1/40	0/69	5	1
1/91	1/39	0/50	2/17	1/96	0/60	6	
1/25	0/96	0/69	2/99	1/29	0/96	7	
1/69	1/14	0/81	3/14	1/31	1/07	8	
1/68	0/97	0/50	1/91	1/02	0/72	9	
2/86	1/38	0/54	2/99	1/67	1/06	10	



(ب)



(الف)

شکل ۳: نمودار متوسط سرعت باد در مقابل الف: طول و ب: عرض جغرافیایی ایستگاه های هواسنجی.

جدول ۳: میانگین توان دوم خطای اعتبارسنجی متقابل برای پیش‌گویی‌ها براساس تجزیه‌های CP و تاکر به ازای $\lambda = 0.1$ و $\nu = 2$

تجزیه تاکر			تجزیه CP			موقعیت	γ
$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 0.5$	$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 0.5$		
1/85	1/46	0/74	2/36	2/30	0/96	1	
1/72	1/18	0/66	2/55	1/34	1/20	2	
1/66	0/97	0/89	1/84	1/55	1/30	3	
1/80	1/06	0/44	2/91	2/52	1/70	4	
1/83	1/55	1/42	3/50	2/66	2/05	5	0/1
2/34	1/55	0/84	3/38	1/67	1/34	6	
1/84	1/62	0/70	2/25	1/72	1/06	7	
1/70	1/43	1/33	2/20	2/14	1/91	8	
2/66	1/70	0/62	3/35	2/74	1/84	9	
2/05	1/61	0/72	2/67	1/80	1/09	10	
1/43	1/19	0/47	1/53	1/28	0/57	1	
1/89	1/74	1/12	2/54	2/45	1/22	2	
1/42	1/23	0/83	2/17	1/54	0/89	3	
0/94	0/69	0/53	1/83	1/43	0/60	4	
1/36	1/33	0/83	1/72	1/57	1/02	5	0/5
2/40	2/10	1/48	2/45	2/30	1/74	6	
1/83	1/57	0/68	2/45	2/03	0/98	7	
1/81	1/54	1/08	2/26	1/68	1/31	8	
1/84	1/40	1/06	2/35	1/60	1/24	9	
1/92	1/47	1/02	2/17	1/50	1/26	10	
1/12	0/92	0/42	2/63	1/02	0/86	1	
1/60	0/56	0/52	2/73	0/59	0/55	2	
1/40	1/16	0/56	2/47	1/31	0/65	3	
1/17	0/74	0/53	1/41	1/16	0/67	4	
1/03	0/96	0/62	1/99	1/03	0/86	5	1
0/95	0/86	0/50	3/17	0/92	0/84	6	
1/22	0/95	0/37	1/35	1/18	0/82	7	
0/92	0/80	0/75	1/13	0/86	0/78	8	
0/83	0/44	0/19	2/63	0/46	0/35	9	
1/04	0/90	0/83	1/25	1/02	0/36	10	

همگنی واریانس بر روی فضا و زمان برقرار می‌شود. اعمال تبدیل ریشه دوم و حذف اثر فصلی داده‌ها، با عنایت به نمودارهای بافت‌نگار، Q-Q و جعبه‌ای در شکل ۵، منجر به توزیع تقریبی گاوسی ریشه دوم متوسط سرعت باد روزانه می‌شود.

ماتریس تانسور کوواریانس با درایه‌های (۲.۳) بر اساس داده‌ها برآورد شده و به صورت‌های (۳.۳) و (۴.۳) تجزیه می‌شود. یکی از شناسه‌های مهم برای انجام این تجزیه تعیین تعداد رتبه تانسور است. برای این منظور مقادیر رتبه‌های مختلف دو تجزیه CP و تاکر تانسور با استفاده از نرم افزار MATLAB محاسبه شده است. در اینجا در بازه‌های هفتگی و ماهانه به ترتیب به ازای مقادیر ۱۲ و ۲۵ برای R رتبه تانسور برای تجزیه CP و رتبه تانسور هسته برای تجزیه تاکر به ترتیب $[p, q, r] = [24, 24, 49]$ و $[p, q, r] = [11, 11, 12]$ حاصل شده است، که بر اساس آن خطای نسبی بین تانسور C و \hat{C} بر طبق (۵.۳) در بازه‌های هفتگی و ماهانه برای تجزیه CP به ترتیب ۰/۱ و ۱/۴۱ و برای تجزیه تاکر ۰/۲ و ۰/۴ حاصل شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تقریب تانسور C با تجزیه تاکر خطای کمتری نسبت به تقریب حاصل از تجزیه CP دارد.

برای پیش‌گویی میدان تصادفی از روابط (۶.۳) و (۷.۳) استفاده شده است، که در آن η_r دارای توزیع نرمال استاندارد منظور گردیده است. نتایج پیش‌گویی متوسط سرعت باد در پنج هفته و سه ماه اول سال ۲۰۱۶ همه ایستگاه‌ها به ترتیب در جداول ۵ و ۶ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقادیر میانگین توان دوم خطای اعتبارسنجی متقابل پیش‌گویی‌های مبتنی بر تجزیه تاکر کوچکتر از مقادیر متناظر حاصل از تجزیه CP هستند، بنابراین پیش‌گویی‌های مبتنی بر تجزیه تاکر از دقت بیش‌تری نسبت به تجزیه CP برخوردار هستند.

باید توجه شود که تغییرپذیری زیادی که در سرعت باد پیش‌گویی شده گزارش شده است، ناشی از مدل پیش‌گویی نیست، بلکه به دلیل عدم قطعیت موجود در داده‌های واقعی است که توسط پارامتر θ در مدل (۲.۳) قابل بررسی است. به عبارت دیگر تغییرپذیری زیاد موجود در

جدول ۴: میانگین توان دوم خطای اعتبارسنجی متقابل برای پیش‌گویی‌ها براساس تجزیه‌های CP و تاکر به ازای $\lambda = 1$ و $\nu = 0/1$

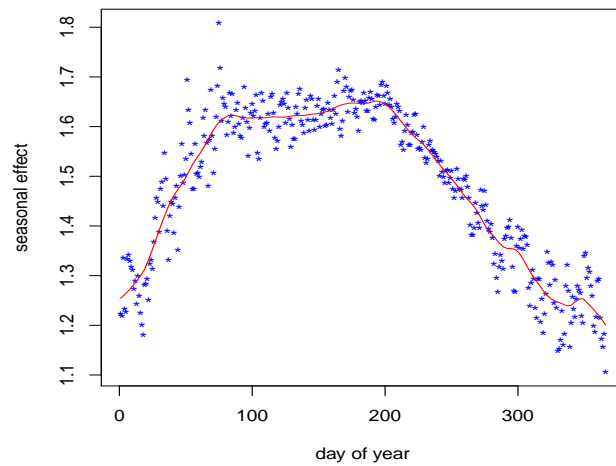
تجزیه تاکر			تجزیه CP			موقعیت	γ
$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 0/5$	$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 = 1$	$\sigma^2 = 0/5$		
۱/۴۰	۰/۸۱	۰/۴۷	۱/۶۴	۰/۹۱	۰/۶۹	۱	
۲/۶۹	۱/۲۱	۰/۹۶	۳/۸۹	۱/۵۰	۱/۱۰	۲	
۰/۸۷	۰/۷۳	۰/۴۴	۱/۱۳	۰/۸۴	۰/۶۷	۳	
۲/۷۰	۱/۴۰	۰/۷۲	۳/۳۵	۱/۵۵	۰/۹۷	۴	
۱/۱۹	۱/۰۷	۰/۴۳	۱/۴۰	۱/۱۲	۰/۸۹	۵	۰/۱
۱/۲۸	۱/۰۷	۰/۴۷	۳/۱۴	۱/۱۸	۰/۵۶	۶	
۱/۸۰	۱/۰۶	۰/۷۵	۲/۰۱	۱/۱۱	۰/۸۳	۷	
۱/۷۹	۱/۰۹	۰/۸۹	۱/۸۱	۱/۷۵	۰/۹۰	۸	
۱/۰۵	۰/۷۶	۰/۶۱	۱/۳۳	۰/۹۵	۰/۶۷	۹	
۱/۷۹	۱/۳۲	۰/۷۲	۱/۸۴	۱/۶۲	۰/۷۹	۱۰	
۱/۳۳	۰/۹۵	۰/۳۵	۱/۷۱	۱/۳۱	۰/۳۷	۱	
۰/۹۵	۰/۷۳	۰/۵۷	۱/۰۳	۰/۷۹	۰/۶۹	۲	
۰/۹۶	۰/۸۳	۰/۲۳	۱/۰۷	۰/۹۳	۰/۵۹	۳	
۱/۱۳	۰/۸۴	۰/۵۳	۱/۶۳	۰/۹۲	۰/۶۵	۴	
۰/۹۵	۰/۴۷	۰/۲۹	۱/۱۲	۰/۶۶	۰/۳۴	۵	۰/۵
۱/۱۲	۰/۵۸	۰/۰۸	۱/۵۲	۰/۷۴	۰/۱۶	۶	
۰/۹۳	۰/۷۱	۰/۴۹	۱/۰۱	۰/۷۵	۰/۵۶	۷	
۰/۸۹	۰/۶۱	۰/۳۳	۱/۰۳	۰/۷۵	۰/۴۲	۸	
۱/۰۳	۰/۸۷	۰/۱۹	۱/۱۷	۰/۹۴	۰/۶۷	۹	
۰/۹۳	۰/۶۷	۰/۶۳	۰/۹۸	۰/۸۲	۰/۶۸	۱۰	
۲/۹۸	۱/۳۸	۱/۱۳	۲/۹۰	۱/۴۷	۱/۳۸	۱	
۲/۷۱	۱/۳۰	۰/۸۱	۳/۳۱	۱/۵۴	۱/۲۹	۲	
۲/۷۸	۱/۴۵	۱/۰۴	۳/۶۰	۲/۰۵	۱/۳۱	۳	
۱/۵۵	۱/۱۰	۰/۴۵	۱/۹۲	۱/۳۰	۰/۵۶	۴	
۱/۶۴	۱/۲۷	۰/۸۳	۳/۷۴	۱/۵۷	۰/۹۶	۵	۱
۱/۵۶	۱/۲۲	۰/۸۲	۱/۹۷	۱/۴۴	۱/۰۶	۶	
۱/۹۱	۱/۰۴	۰/۲۴	۲/۹۹	۱/۶۷	۰/۴۱	۷	
۱/۶۲	۱/۰۱	۰/۷۱	۲/۵۲	۱/۸۰	۰/۸۴	۸	
۱/۷۸	۱/۲۷	۰/۸۴	۲/۰۳	۱/۳۲	۰/۹۵	۹	
۱/۶۱	۰/۹۴	۰/۶۶	۱/۸۲	۱/۲۰	۰/۹۹	۱۰	

داده‌های واقعی است که در پیش‌گویی‌ها نیز منعکس شده است. بنابراین مدل پیش‌گویی پیشنهاد شده قادر است تغییرپذیری زیاد داده‌ها را تعیین کند.

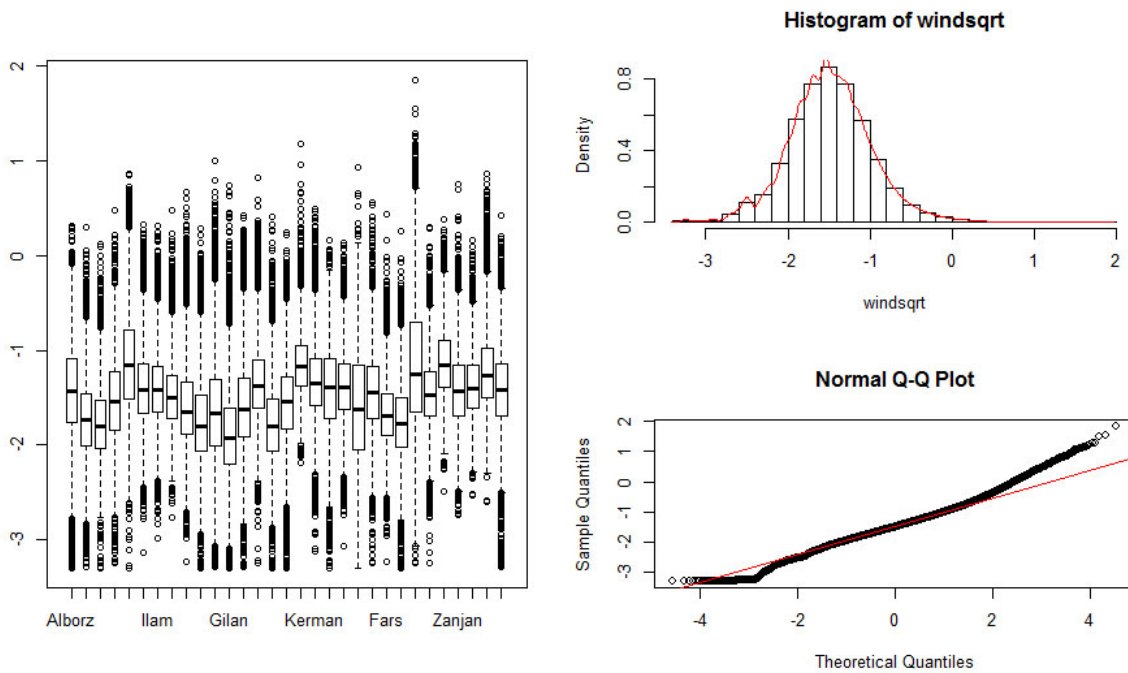
۶ پیش‌گویی انرژی باد

کشور ایران، از جمله مناطقی است که دارای پتانسیل انرژی باد زیاد است و می‌توان با استفاده از این انرژی که تجدیدپذیر، رایگان و سازگار با محیط زیست است، میزان قابل توجهی انرژی الکتریکی تولید نمود. در میان معدود کاربردهای بالقوه برای این روش پیش‌گویی و یکی از این کاربردها مدیریت انرژی است [۶]. حالتی را در نظر بگیرید که ایستگاه‌های متعددی دارای مزارع باد هستند. با توجه به دلایل طبیعی هر کدام از این مزارع تغییرپذیری زمانی در تولید انرژی خواهند داشت. برای مدیریت مؤثر تولید و توزیع انرژی، فهم ماهیت احتمالاتی خروجی انرژی ضروری است. کمیت‌هایی از قبیل احتمال بیشتر شدن یا کمتر شدن توان خروجی انرژی از یک مقدار آستانه جذابیت ویژه‌ای برای بررسی خواهد داشت.

با این انگیزه پیش‌گویی‌های سرعت باد به منظور پیش‌گویی توان خروجی انرژی مورد استفاده قرار گرفته و در جداول ۵ و ۶ ارائه شده است. توان خروجی انرژی باد به صورت $P = \frac{\rho u^3}{4} \rho u^3$ برآورد می‌شود، که در آن P بیانگر توان خروجی انرژی باد بر حسب W/m^2 ، $\rho = 1/227$ بر حسب kg/m^3 چگالی هوا و u سرعت آبی باد در یک ایستگاه خاص بر حسب متر بر ثانیه است. برای خروجی‌های



شکل ۴: اثر فصلی متوسط سرعت باد روزانه و مدل برازش شده (خط ممتد).



شکل ۵: نمودارهای بافت‌نگار، Q-Q و جعبه‌ای ریشه دوم متوسط سرعت باد روزانه

انرژی، آستانه منتخب دلخواه $120 W/m^2$ و $240 W/m^2$ ، احتمال‌های خروجی انرژی واقعی بیشتر از 120 و کمتر از 240 محاسبه می‌شود که کمترین و بیشترین آستانه برای توربین برای توان خروجی است. برآوردهای هفتگی و ماهانه این احتمال‌ها به ترتیب در ستون آخر جداول ۵ و ۶ ارائه شده است. برای افزایش ظرفیت تولید برق بادی در ایستگاه‌هایی که توان خروجی آن‌ها زیاد است می‌توان مدیریت صحیح و مؤثری برای آن‌ها به کار گرفت.

جدول ۵: پیش گویی متوسط سرعت باد پنج هفته اول سال ۲۰۱۶ و احتمال وقوع متوسط انرژی بین ۱۲۰ و ۲۴۰

ردیف	نام ایستگاه	مقدار واقعی	تجزیه CP		تجزیه تاکر	
			پیش گویی	CVMSE	پیش گویی	CVMSE
۱	آذربایجان شرقی	۲/۷۷	۲/۱۳	۱/۵۶	۲/۴۲	۰/۴۴
۲	آذربایجان غربی	۲/۱۳	۲/۴۰	۲/۱۳	۲/۲۰	۱/۲۲
۳	اردبیل	۱/۲۷	۱/۴۴	۱/۲۳	۱/۲۹	۱/۱۱
۴	اصفهان	۱/۷۳	۱/۲۱	۱/۱۴	۱/۸۳	۰/۸۵
۵	البرز	۲/۶۲	۲/۵۴	۱/۶۶	۲/۵۸	۱/۶۰
۶	ایلام	۲/۳۷	۲/۱۴	۲/۱۲	۲/۳۰	۰/۷۵
۷	بوشهر	۲/۳۵	۲/۵۶	۱/۹۹	۲/۳۰	۰/۹۱
۸	تهران	۱/۷۶	۱/۶۶	۱/۱۶	۱/۷۰	۰/۷۲
۹	چهارمحال و بختیاری	۲/۶	۲/۳۳	۲/۳۲	۲/۷۲	۱/۲۴
۱۰	خراسان جنوبی	۱/۸۱	۱/۱۴	۱/۰۹	۱/۷۶	۰/۷۸
۱۱	خراسان رضوی	۲/۷۶	۲/۸۲	۲/۴۶	۲/۸۰	۱/۴۲
۱۲	خراسان شمالی	۲/۰۲	۲/۳۲	۱/۹۱	۱/۹۶	۱/۸۴
۱۳	خوزستان	۲/۸۴	۳/۰۳	۲/۳۳	۲/۹۲	۱/۱۱
۱۴	زنجان	۲/۷۲	۲/۴۱	۱/۷۷	۲/۸۰	۰/۹۴
۱۵	سمنان	۲/۲۷	۲/۳۲	۲/۱۱	۲/۲۳	۱/۲۵
۱۶	سیستان و بلوچستان	۱/۴۲	۱/۷۵	۱/۳۳	۱/۵۰	۰/۳۲
۱۷	فارس	۲/۹۴	۳/۰۹	۲/۸۹	۲/۹۸	۱/۲۵
۱۸	قزوین	۳/۱۵	۳/۴۸	۲/۱۳	۳/۲۰	۰/۶۱
۱۹	قم	۲/۹۳	۲/۸۶	۱/۹۸	۲/۸۶	۱/۸۸
۲۰	کردستان	۲/۸۱	۲/۸۱	۱/۲۵	۲/۸۰	۰/۵۲
۲۱	کرمان	۱/۷۳	۱/۶۹	۱/۲۵	۱/۷۷	۱/۰۹
۲۲	کرمانشاه	۲/۶۳	۲/۳۲	۱/۷۹	۲/۶۵	۱/۶۷
۲۳	کهگیلویه و بویراحمد	۱/۰۴	۱/۳۷	۱/۰۵	۱/۰۵	۰/۹۷
۲۴	گلستان	۱/۲۴	۱/۷۵	۱/۶۶	۱/۵۱	۱/۵۳
۲۵	گیلان	۷/۳۸	۶/۷۵	۱/۸۶	۷/۵۴	۱/۵۶
۲۶	لرستان	۲/۴۷	۲/۸۰	۱/۴۱	۲/۶۷	۰/۸۹
۲۷	مازندران	۲/۹۷	۲/۷۳	۱/۳۰	۲/۸۱	۰/۶۳
۲۸	مرکزی	۲/۰۳	۲/۱۳	۱/۳۶	۲/۱۸	۱/۲۴
۲۹	هرمزگان	۲/۳۶	۲/۲۰	۱/۶۱	۲/۳۰	۰/۸۴
۳۰	همدان	۳/۹۸	۳/۶۷	۲/۵۹	۳/۹۳	۰/۹۵
۳۱	یزد	۲/۳۷	۲/۴۵	۱/۲۵	۲/۴۰	۱/۱۰۸

بحث و نتیجه گیری

به طور معمول ساختار همبستگی با استفاده از مدل های مختلف تابع کوواریانس فضایی زمانی مدل بندی می شود، که این روش نیازمند فرض های محدود کننده و در بسیاری موارد تعداد پارامترهای مدل تابع کوواریانس زیاد و باعث پیچیدگی محاسبات در برآش مدل می شود. در حقیقت هر چه مدل تعداد پارامتر کمتری داشته باشد احتمال بروز خطاهای محاسباتی در آن کمتر خواهد بود. بنابراین برای پیشگویی فضایی-زمانی در یک میدان تصادفی نامانا و افزایش سرعت محاسبات، از تانسور کوواریانس فضایی-زمانی مبتنی بر دو تجزیه تاکر و CP مورد بررسی قرار گرفت که نیازمند فرض های محدود کننده نیستند و تعداد پارامترهای آن ها کمتر، خطاهای محاسباتی کاهش و دقت پیشگویی افزایش می یابد. بعلاوه نشان داده شد پیشگویی های مبتنی بر تجزیه تاکر از دقت بیشتری نسبت به تجزیه CP برخوردار هستند.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از هیئت تحریریه، دبیر تخصصی و داوران محترم مجله برای پیشنهادهای ارزنده ای که موجب ارائه بهتر مقاله شد و از حمایت قطب علمی تحلیل داده های وابسته فضایی-زمانی دانشگاه تربیت مدرس قدردانی می نمایند.

جدول ۶: پیش‌گویی متوسط سرعت باد سه ماه اول سال ۲۰۱۶ و احتمال وقوع متوسط انرژی بین ۱۲۰ و ۲۴۰

ردیف	نام ایستگاه	مقدار واقعی	تجزیه CP		تجزیه تاکر		احتمال
			پیش‌گویی	CVMSE	پیش‌گویی	CVMSE	
۱	آذربایجان شرقی	۲/۸۳	۲/۶۹	۱/۳۴	۲/۶۶	۰/۶۷	۰/۵۵
۲	آذربایجان غربی	۱/۱۵	۱/۱۸	۱/۰۹	۱/۱۰	۰/۹۱	۰/۹۱
۳	اردبیل	۲/۵۲	۲/۴۷	۱/۵۹	۲/۵۷	۰/۷۸	۰/۶۶
۴	اصفهان	۲/۸۱	۲/۹۲	۲/۵۳	۲/۸۴	۰/۵۵	۰/۲۵
۵	البرز	۵/۸۷	۵/۹۹	۲/۰۹	۵/۷۳	۰/۷۴	۰/۸۷
۶	ایلام	۲/۷۱	۲/۷۱	۱/۰۰	۲/۷۳۸	۰/۴۰	۰/۷۱
۷	بوشهر	۲/۰۰	۲/۹۹	۲/۰۶	۲/۶۷	۰/۶۸	۰/۶۸
۸	تهران	۲/۸۰	۲/۵۲	۱/۱۱	۲/۶۱	۰/۶۲	۰/۸۰
۹	چهارمحال و بختیاری	۲/۳۲	۲/۰۳	۰/۹۵	۲/۲۷	۰/۷۸	۰/۷۸
۱۰	خراسان جنوبی	۱/۸۶	۱/۸۲	۱/۹۰	۱/۸۹	۱/۶۱	۰/۶۱
۱۱	خراسان رضوی	۱/۴۳	۱/۲۰	۱/۰۲	۱/۳۷	۰/۳۸	۰/۳۸
۱۲	خراسان شمالی	۱/۷۶	۱/۲۰	۱/۰۵	۲/۰۰	۱/۰۱	۰/۵۱
۱۳	خوزستان	۲/۶۹	۲/۳۸	۱/۳۹	۲/۸۶	۰/۸۷	۰/۸۷
۱۴	زنجان	۲/۸۵	۲/۴۵	۲/۳۱	۲/۷۰	۰/۶۱	۰/۶۱
۱۵	سمنان	۱/۸۰	۱/۸۱	۰/۴۵	۱/۸۵	۰/۳۱	۰/۳۱
۱۶	سیستان و بلوچستان	۰/۷۰	۱/۰۲	۰/۹۵	۰/۹۴	۰/۳۵	۰/۳۵
۱۷	فارس	۲/۳۱	۲/۴۷	۲/۰۷	۲/۱۴	۰/۱۵	۰/۱۵
۱۸	قزوین	۳/۰۰	۳/۲۲	۰/۸۹	۳/۱۲	۰/۶۳	۰/۵۰
۱۹	قم	۱/۳۰	۱/۴۵	۱/۱۲	۱/۵۹	۰/۶۰	۰/۵۰
۲۰	کردستان	۲/۶۳	۲/۷۵	۱/۶۰	۱/۶۹	۰/۷۰	۰/۷۰
۲۱	کرمان	۲/۰۸	۲/۴۴	۲/۰۵	۲/۰۵	۰/۶۰	۰/۶۰
۲۲	کرمانشاه	۰/۹۵	۱/۱۸	۰/۹۴	۱/۱۰	۰/۹۱	۰/۹۱
۲۳	کهگیلویه و بویراحمد	۲/۳۵	۲/۵۸	۱/۳۸	۲/۳۳	۰/۸۴	۰/۸۰
۲۴	گلستان	۰/۸۶	۱/۱۱	۰/۷	۰/۹۱	۰/۳۳	۰/۳۳
۲۵	گیلان	۵/۱۱	۵/۴۵	۱/۳۸	۵/۲۶	۰/۹۷	۰/۶۰
۲۶	لرستان	۱/۸۱	۱/۸۶	۰/۹۹	۱/۸۰	۰/۳۱	۰/۸۰
۲۷	مازندران	۲/۹۸	۳/۰۵	۱/۲۷	۲/۹۵	۰/۵۶	۰/۵۰
۲۸	مرکزی	۳/۶۱	۳/۶۰	۱/۷۱	۳/۵۷	۱/۱۸	۰/۵۸
۲۹	هرمزگان	۲/۸۴	۲/۷۲	۱/۴۶	۲/۶۶	۰/۶۷	۰/۸۴
۳۰	همدان	۴/۰۲	۴/۵۷	۲/۰۶	۴/۳۵	۰/۳۶	۰/۱۲
۳۱	یزد	۲/۰۲	۲/۳۵	۱/۹۸	۲/۱۶	۱/۷۸	۰/۰۲

فهرست منابع

[۱] س. زحمتکش و م. محمدزاده، مدل‌بندی داده‌های فضایی-زمانی با گمشدگی غیرقابل چشم‌پوشی. مجله مدل‌سازی پیشرفته ریاضی، ۱۱(۱) (۱۳۹۹) ۳۹-۶۱.

[۲] م. محمدزاده، آمار فضایی و کاربردهای آن. چاپ سوم، مرکز نشر آثار علمی دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ۱۳۹۸.

[۳] م. عصمتی و م. محمدزاده، پیش‌گویی فضایی-زمانی میدان‌های تصادفی نامانا و تفکیک‌ناپذیر. دومین سمینار آمار فضایی و کاربردهای آن، دانشگاه صنعتی شاهرود، ۱۳۹۶.

[4] D. Ghosh and A. Suryawanshi, Approximation of spatio-temporal random processes using tensor decomposition. *Communications in Computational Physics*, **16**(1) (2014) 5–95.

[5] T. Gneiting, Nonseparable, stationary covariance functions for space–time data. *Journal of the American Statistical Association*, **97**(458) (2002) 590–600.

[6] J. Haslett and A.E. Raftery, Space-time modelling with long-memory dependence: Assessing ireland's

- wind power resource. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, **38**(1) (1989) 1–21.
- [7] F. L. Hitchcock, The expression of a tensor or a polyadic as a sum of products. *Journal of Mathematics and Physics*, **6**(1-4) (1927) 164–189.
- [8] T.G. Kolda and B. W. Bader, Tensor decompositions and applications. *SIAM review*, **51**(3) (2009) 455–500.
- [9] J.B. Kruskal, Three-way arrays: rank and uniqueness of trilinear decompositions, with application to arithmetic complexity and statistics. *Linear algebra and its applications*, **18**(2) (1977) 95–138.
- [10] P. Lynch, The origins of computer weather prediction and climate modeling. *Journal of computational physics*, **227**(7) (2008) 3431–3444.
- [11] E. Serrano, J.J. Gómez-Sanz, J.A. Botía, and J. Pavón, Intelligent data analysis applied to debug complex software systems. *Neurocomputing*, **72**(13-15) (2009) 2785–2795.
- [12] S.S. Soman, H. Zareipour, O. Malik, and P. Mandal, A review of wind power and wind speed forecasting methods with different time horizons. In *North American Power Symposium 2010*, pages 1–8. IEEE, 2010.
- [13] L.R. Tucker, Implications of factor analysis of three-way matrices for measurement of change. *Problems in measuring change*, **15** (1963) 122–137.
- [14] S. Zahmatkesh and M. Mohammadzadeh, Bayesian Prediction of spatial data with non-ignorable missingness. *Statistical Papers*, DOI:10.1007/s00362-020-01186-0, 2020.



Spatio-Temporal Prediction of a Nonstationary and Nonseparable Random Fields with Tucker Decomposition of Covariance Tensor

Samira Saadati, Mohsen Mohammadzadeh[†]

Department of Statistics, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

Received: 2020/10/8

Accepted: 2021/8/3

Communicated by: Rahim Chinipardaz

Abstract: In spatio-temporal data analysis, the most common way to consider the spatio-temporal correlation structure of data is to use the covariance function, which is usually unknown and estimated based on observations. This method requires constraints such as stationarity, isotropy and separability for the random field. Although the acceptance of these hypotheses facilitates the fitting of valid models to the spatio-temporal covariance function, they are not necessarily realistic in applied problems. In this paper, to expedite the calculation of spatio-temporal prediction for a non-stationary and non-separable random field, a possible model based on spatial-temporal covariance tensor analysis based on Tucker analysis is investigated. Then, we show the proposed method for predicting wind energy based on spatio-temporal wind speed data at 31 weather stations in Iran.

Keywords: Spatio-Temporal data, Spatio-Temporal Covariance, Non-stationary and Non-separable Random Field, Tucker Decomposition

Mathematics Subject Classification (2010): 62H11, 62M20.



©2021 Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

[†]Corresponding author.

E-mail addresses: mohsen_m@modares.ac.ir (M. Mohammadzadeh), samirazahmatkesh@yahoo.com, (S. Saadati).